УДК 656.212

А. Ю. ПАПАХОВ, Н. А. ЛОГВИНОВА (ДНУЖТ)

Кафедра «Управление эксплуатационной работой», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, 49010, Днепропетровск, Украина, тел.: + 38(067) 524-43-22, эл. почта: papahov0362@mail.ru, nata4ka@mail.ru,
ORCID: orcid.org/0000-0003-2357-8158, orcid.org/0000-0002-0730-247X

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ПЛАНА ФОРМИРОВАНИЯ ОДНОГРУППНЫХ СКВОЗНЫХ ПОЕЗДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

## Постановка проблемы

Одним из основных документов, регламентирующих роботу железной дороги является порядок направления вагонопотоков по сети или план формирования грузовых поездов (ПФП).

Методика расчета ПФП постоянно изменялась и совершенствовалась начиная с 60-х годов прошлого века, когда на железнодорожном транспорте началось широкое применения вычислительной техники.

В 1970-е гг. в ГВЦ МПС появляются разработки в рамках системы АСОВ (автоматизированная система организации вагонопотоков) и прежде всего программа расчета плана формирования одногруппных поездов по методике [1], основанная на методе улучшения плана.

В 1990-х гг. в ГВЦ МПС создаются программные комплексы: оперативная корректировка и контроль за нарушениями плана формирования поездов; отправительская маршрутизация; программный комплекс для инженера-разработчика плана формирования поездов (дорожный и сетевой уровни) «Ведение сетевой книги ПФП»; комплекс программ формирования электронного макета книг плана формирования (дорожный и сетевые уровни) и др.

Все рассмотренные методы, кроме метода абсолютного расчета, не содержат доказательства нахождения математического оптимума. В последующем в 1980-е годы специалистами ВНИИЖТа было установлено, что план формирования одногруппных поездов относится к классу задач, называемых в дискретной математике NP-полными или NP-трудными задачами. Для задач этого класса не найдены эффективные алгоритмы отыскания оптимального решения (кроме полного перебора всех вариантов).

Поэтому и существующие, и вновь разрабатываемые методы расчета плана формирования одногруппных поездов являются приближенными.

Развитие вычислительной техники, развитие теории постановки и решения задач математического программирования (включая линейное, нелинейное, целочисленное, динамическое программирование) привели к появлению группы новых методов расчета. Сюда относятся предложения [2] (рассмотрение плана формирования как задачи целочисленного программирования с булевыми переменными).

Отсюда следует, что с развитием вычислительной техники появляется возможность производить расчеты плана формирования грузовых поездов с использованием новых типов ЭВМ, а также необходимостью создания новой методики его расчета.

## Анализ последних исследований

Наиболее совершенный из существующих методов расчета плана формирования одногруппных поездов на ЭВМ, получивший реальное практическое применение в 1970-80-е годы - метод улучшения плана [1].

Этот метод, хотя и предусматривал расчет вариантов объединения струй в поездные назначения на жестко заданных маршрутах следования потоков по сети (кружностях), по существу впервые дал практическое решение задачи для всей сети железных дорог СССР. Программа расчета находилась в промышленной эксплуатации. Расчет велся на полигоне в 285 сортировочных, участковых и крупных грузовых станций. При этом учитывались ограничения: на допустимое число формируемых назначений одногруппных поездов по каждой станции, а для двусторонних сортировочных станций - по каждой сортировочной системе.

Однако в методике не учитывались: ограничения по перерабатывающей способности станций; нелинейное изменение затрат по станциям с ростом объемов перерабатываемого вагонопотока; двукратная переработка вагонов углового потока на двусторонних сортировочных станциях; необходимость выделения двух или трех путей для накопления составов поездов мощных назначений, особенно на станциях без парков отправления, имеющих сортировочно-отправочные пути.

В последнее десятилетие в связи с изменением экономических условий функционирования железных дорог много внимания уделяется выбору критерия оценки оптимальности плана формирования поездов.

Основным критерием в расчетах по оценке оптимальности вариантов плана формирования одногруппных поездов приняты расходы, связанные с накоплением составов по назначениям и переработкой вагонов на станциях, выраженные в приведенных вагоно-часах.

К последним работам в данной области относятся исследования ПГУПС - предложения [3] по оценке вариантов плана формирования поездов по нескольким натуральным критериям.

Распространенный критерий оптимизации плана формирования поездов - минимум затрат на накопление вагонов и их переработку - отражает лишь небольшую часть фактических затрат, связанных с перевозочным процессом. Критерий оптимизации плана должен быть тесно связан прежде всего с работой локомотивов, использованием путевого развития станций и участков. Неоптимальность плана формирования вызывает большие потери, к которым также можно отнести нереализованные возможности повышения скорости продвижения вагонопотоков (включая затраты маневровых средств и порчу вагонов из-за многочисленных их переработок).

Необходимо отметить, что современные принципы транспортного обслуживания диктуют повышенные требования практически ко всем элементам технологии организации вагонопотоков в поезда - информационному обеспечению, нормативной базе и методикам расчетов, функциям управления и контроля, но прежде всего - к критериям оценки плана формирования поездов.

Целью данной работы является разработка математической модели и вычислительных методов организации вагонопотоков в грузовые поезда на основании векторной оптимизации с целью сокращения вагоно-часов накопления составов поездов на технических станциях.

Основной задачей исследования есть организация и распределение вагонопотоков в одногруппные сквозные поезда на технических станциях с минимальными затратами времени на их накопление.

**Изложение основного материала**

Принимаем основные допущения:

1. Сеть железных дорог моделируется графом $G(V,E)$ где $V$ – перечень вершин графа (станции сети), $E$ – перечень ребер графа (участка между станциями).

2. Заданы вагонопотоки $N_{ij}$, где $i$ – номер станции зарождения потока, $j$ – номер станции его погашения.

3. Задачи маршрута $S_{ij}$ следования вагонопотока $N_{ij}$. Маршрут $S_{ij}$ задается как перечень вершин графа (станций) следования, т.е. $S_{ij}=[i,k_1,k_2,...k_e,j]$ – элементарный путь без самопересечений. Если $S_{ij}$ содержит станцию $K_m$, то на этой станции вагонопоток может быть переработан.

4. Для каждого участка $e_{ij}$ (дуги графа) задана величина $(cm)_{ij}$, где $c$ – параметр накопления, $m$ – состав поезда. Другими словами величина $(cm)_{ij}$ – затрата на накопление вагонов на одно формируемое назначение по направлению $e_{ij}$.

Замечание. Величины $(cm)_{ij}$ задаются с учетом периода (сутки, месяц), по которому заданы вагонопотоки $N_{ij}$.

Для каждого участка (ребра графа) задана величина $T_{экij}$ – экономия от проследования одного вагона, проходящего по $e_{ij}$ через станцию $i$ без переработки.

Для каждой станции $i$ задано число путей $n_i^ч$ в четном парке и число путей $n_i^н$ в нечетном парке.

Для каждого участка $e_{ij}$ задан признак формирования $\gamma_{ij}=0$ в четном парке или $\gamma_{ij}=1$ в нечетном парке.

Заданы обязательные и запрещенные назначения плана формирования одногруппных поездов. Считаем, что все участковые назначения являются обязательными.

Вариант плана формирования одногруппных поездов характеризуется следующими величинами:

а) $\zeta_{ij}$ - равно единице , если план формирования содержит назначение $(i,j)$ и нулю в противном случае.

б) $\xi$ - равно единице, если вагонопоток включается в назначение $(i,j)$ и нулю – в противном случае.

Вагонопоток $N_{em}$ может быть включен в назначение $(i,j)$, если $\zeta_{ij}=1$ и маршрут $S_{ij}$

является отрезком маршрута $S_{em}$ или совпадает с ним.

Индексацию маршрута следования вагонопотока $N$ приведено на рис. 1.

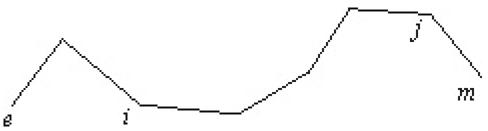


Рис.1. Индексация маршрута следования вагонопотока

$S_{ij} \in S_{em}$

Для каждого ненулевого вагонопотока [1] $N_{em}$ вводит величины $\xi_{ij}^{lm}$, которые должны определены так, что назначения $(i, j)$, для которых $\xi_{ij}^{lm} = 1$ образуют последовательность $(i,k),(k_1,k_2)...(k_{ч,j})$, которую называют путем по назначениям.

Если вагонопоток $N_{em}$ включается в назначения $(i,k),(k_1,k_2)...(k_{ч,j})$, то вагонопоток подвергается переработке на станциях $k_1, k_2, ...k_ч$.

При этом вводит условие непрерывного потока $N_{em}$ в виде

$$\sum_{j=1}^{N}(\xi_{ij}^{lm} - \xi_{ji}^{lm}) = \begin{cases} 1 \;, & если \;\; i=1; \\ -1, & если \;\; i=m; \\ 0 \;, & в \; остальных \; случаях \end{cases}$$

в) Если назначение $(i, j)$ включено в план формирования, то вводится понятие мощности назначение $n_{ij}$, определяемое по формуле:

$$n_{ij} = \sum_{l,m=1}^{N} N_{lm}\xi_{ij}^{lm}.$$

г) Проведенные затраты вагоночасов на накопление по станции $i$ определяется так

$$\sum_{j=1}^{N}(n_{ij} - N_{ij})T_{ij},$$

где $T_{ij} = T_{эк\, i,j}$.

е) $\sum NT$ - суммарные проведенные затраты вагоночасов на накопление и переработку по заданному варианту плана формирования одногруппных поездов определяется по формуле:

$$\sum NT = \sum_{i,j=1}^{N}\left\{[cm]_{ij}\zeta_{ij} + (n_{ij} - N_{ij})T_{ij}\right\}.$$

Далее формируется задача:

$$C = \sum_{i,j=1}^{N}\left\{[cm]_{ij}\zeta_{ij} + n_{ij}T_{ij}\right\} \to \min \qquad (1)$$

при условиях

$$n_{ij} = \sum_{l,m=1}^{N} N_{lm}\xi_{ij}^{lm}, \quad i,j = \overline{1,N}; \qquad (2)$$

$$\xi_{ij}^{lm} \le \zeta_{ij}, \quad i,j,l,m = \overline{1,\mathrm{N}}, \qquad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{N}\left(\xi_{ij}^{lm} - \xi_{ji}^{lm}\right) = \begin{cases} 1 \;, & если \;\; i=l; \\ -1, & если \;\; i=m; \\ 0 & - в \; остальных \; случаях \end{cases} \qquad (4)$$

$$\zeta_{ij} = \begin{cases} 1 \;, & если \;\; (i,j) \in M_o; \\ 0 \;, & если \;\; (i,j) \in M_з; \\ 0 \; либо \; 1 & в \; остальных \; случаях \end{cases} \qquad (5)$$

где $M_o$ - обязательные назначения;

$M_з$ - запрещенные назначения.

$$\xi_{ij}^{lm} = \begin{cases} 0, & если \;\; S_{ij} \notin S_{lm} \\ 0 \; либо \; 1, & если \;\; S_{ij} \in S_{lm}, \quad i,j,i,m = \overline{1,N} \end{cases} \qquad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{N} S_{ij}\gamma_{ij} \le n_i^н, \quad i = \overline{1,N} \qquad (7)$$

$$\sum_{j=1}^{N} S_{ij}(1-\gamma_{ij}) \le n_i^ч, \quad i = \overline{1,N} \qquad (8)$$

Таким образом должны быть определены $S_{ij}$, $\xi_{ij}^{lm}$ по заданным вагонопотокам $N_{ij}$, приведенным затратам на накопление $(cm)_{ij}$ и переработку $T_{ij}$, количеству путей $n_i^ч$, $n_i^н$ и множествам $M_o$, $M_з$.

Изложенная задача (1) - (8) в математическом плане представляет собой задачу линейного программирования в булевых переменных [2, 4], которую в стандартном виде можно записать следующим образом:

$$c = \sum_{j=1}^{N} c_j x_j \to \min \qquad (9)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{N} a_{ij} x_j \le b_i, \quad i = \overline{1,m} \qquad (10)$$

где $N$ - общее число булевых переменных в постановке (1) - (8),

$x_j$ - булевые переменные.

Существование решения задачи (9) - (10), а тем самым и задачи в виде (1) - (8) не вызывает сомнения в силу конечного числа вариантов, удовлетворяющих ограничениям (10).

Рассмотрим еще один способ представления задачи (9) - (10) [5], которая известна в математической литературе как задача о многомерном ранце.

Пусть $\mathbb{Q} = \{1,2,...\text{N}\}$, а множество $A \in \mathbb{Q}$ перечень булевых переменных равных 1, тогда (9) можно представить в виде

$$c = \sum_{j \in A} cj \to \min, \qquad (11)$$

а условия (10) принимают вид

$$G_i = \sum_{j \in A} a_{ij} - b_i \le 0, \qquad i = \overline{1,m}. \qquad (12)$$

Представление (11) - (12) означает, что $c$ есть некоторая функция множества $A$, а ограничения $G_i$ тоже некоторые функции множества $A$.

Таким образом, приходим к поиску минимума функции множества $C(A)$ при ограничениях $G_i(A) = 0$, $i = \overline{1,m}$, т.е. рассматривается задача на условный минимум в терминах функций множества [6].

Новый метод решения задачи многомерного ранца.

В целях замкнутости изложения приведем некоторые факты теории функций множества [6, 7].

В теории функций множества важным понятием является понятие меры, т.е. специальной функции множества $\mu(A)$, обладающей следующими свойствами:

свойство 1. $\mu(A) \ge 0$ , для любого подмножества множества $\mathbb{Q}$;

свойство 2. Если $\mu(A) = 0$, то это возможно, когда $A = \varnothing$;

свойство 3. $\mu(A \cup B = \mu(A) + \mu(B) - \mu(A \cap B)$;

свойство 4. Если любая последовательность множеств в $B_n$ ,$n = 1,2,...$ сходится к множеству $B$, то имеет место

$$\lim_{n \to \infty} \mu(B_n) = \mu(B).$$

Следующим важным понятием является понятие производной функции множества по мере $\mu(A)$ на некоторой последовательности множеств $B_n$ ,$n = 1,2,...$.

В математическом плане данная производная представляет собой

$$\left.\frac{dF(A)}{d\mu}\right|_{\{B_n\}} \triangleq \lim_{n \to \infty} \frac{F(A \vartriangle B_n) - F(A)}{\mu(A \vartriangle B_n) - \mu(A)}.$$

Тогда, если множество $A_*$ доставляет $F(A)$ минимальное значение и существует производная, то с необходимостью имеет место

$$\left.\frac{dF(A)}{d\mu}\right|_{\{B_n\} \to B \subseteq A_*} \le 0.$$

Задача (11) - (12) является задачей на условный минимум, поэтому составляем функцию Лагранжа

$$L(A,\lambda) = \sum_{j \in A} C_j - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i G_i(A) \qquad (13)$$

и выписываем необходимое условие ее минимума

$$\left.\frac{dF(A_*,\lambda)}{d\mu}\right|_{\{B_n\} \to B \subseteq A_*} \frac{L(A_* \vartriangle B,\lambda) - L(A_*,\lambda)}{\mu(A_* \vartriangle B) - \mu(A_*)} \le 0.$$

Вычислим числитель и знаменатель данной производной

$$L(A_* \vartriangle B,\lambda) - L(A_*,\lambda) = \sum_{j \in A_* \vartriangle B} C_j - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i G_i(A_* \vartriangle B) -$$

$$- \sum_{j \in A_*} C_j + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i G_i(A_*) =$$

$$= \sum_{j \in A_*} C_j + \sum_{j \in B} C_j - 2 \sum_{j \in A_* \cap B} C_j - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i (G_i(A_*) +$$

$$+ G_i(B) - 2G_i(A_* \cap B)) - \sum_{j \in A_*} C_j + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i G_i(A_*) =$$

$$= - \sum_{j \in B} Cj - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i (-G_i(B)) = - \sum_{j \in B} C_j + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i G_i(B)$$

В данном вычислении учтено, что $B \subset A_*$ и функции $G_i(A)$ являются аддитивными.

Что касается знаменателя, то получаем

$$\mu(A_* \vartriangle B) - \mu(A_*) = -\mu(B) .$$

Таким образом, производная от функции Лагранжа равна

$$\left.\frac{dL(A_*,\lambda)}{d\mu}\right|_{\{B_n\}\to B\subset A_*} = \frac{\sum_{j\in B} Cj - \sum_{i=1}^{m}\lambda_i G_i(B)}{\mu(B)} .$$

И, так как, $\mu(B)\rangle 0$, то получаем необходимое условие минимума функции Лагранжа в виде

$$\sum_{j\in B} C_j - \sum_{i=1}^{m}\lambda_i G_i(B) \le 0 \qquad (14)$$

Пусть множество $B$ состоит из одного элемента множества $A_*$, т.е. $B = \{j\}$, тогда (14) будет следующим

$$C_j - \sum_{i=1}^{m}\lambda_i (a_{ij} - b_i) \le 0 .$$

Следовательно, множество $A_*$ будет существенно зависеть от множителей Лагранжа $\lambda_i$ и тогда $A_*(\lambda)$ будет равно

$$A_*(\lambda) = \left\{ j \in \mathbb{Q} : C_j - \sum_{i=1}^{m}\lambda_i (a_{ij} - b_i) \le 0 \right\} .$$

По данному множеству сформируем следующее множество

$$A_{**}(\lambda) = \left\{ j \in A_*(\lambda) : \mathrm{G}_i(A_{**}(\lambda)) \le 0 , \quad i = \overline{1,m} \right\} (15)$$

Определим функцию

$$F(\lambda) = \begin{cases} \infty \qquad , & \text{если } A_{**}(\lambda) = \varnothing \\ \sum\limits_{j\in A_{**}(\lambda)} C_j , & \text{если } A_{**}(\lambda) \ne \varnothing \end{cases} (16)$$

Таким образом задача (11) – (12) сводится к поиску минимума функции $F(\lambda)$ по множителям Лагранжа $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, .. \lambda_m\}$ .

Пример. Необходимо найти такое множество $A \subseteq \{1,2,...n\}$ , чтобы

$$F_1(A) = \sum_{j\in A} f1(j) \to \max$$

при условиях

$$F_2(A) = \sum_{j\in A} f2(j) \ge m2;$$

$$F_3(A) = \sum_{j\in A} f2(j) \ge m3 .$$

В данном примере $n = 5$, а $f1, f2, f3$ представляют собой

$$f1 = [15,7,8,5,10]; \; f2 = [20,5,6,7,3]; \; f3 = [6,2,2,5,4] .$$

Выполнив перебор по множителям Лагранжа получаем

$$A = \{13\}; F_1 = 23; \; F_2 = 26; \; F_3 = 8 .$$

Для проверки выполним перебор по всем подмножествам множества $\{1,2,3,4,5\}$ получаем аналогичный ответ.

Программа в среде Maple [8], реализующая данный алгоритм получает следующий результат:

{ 1, 3, 4, 5 }, { 1, 3 }, 23, 26, 8
{ 1, 4, 5 }, { 1 }, 15, 20, 6
{ 1, 2, 4, 5 }, { 1, 2 }, 22, 25, 8
{ 1, 5 }, { 1 }, 15, 20, 6
{ 1, 2, 5 }, { 1, 2 }, 22, 25, 8
{ 1, 3, 5 }, { 1, 3 }, 23, 26, 8
{ 1 }, { 1 }, 15, 20, 6
{ 1, 2 }, { 1, 2 }, 22, 25, 8
{ 1, 3 }, { 1, 3 }, 23, 26, 8
{ 1, 4 }, { 1 }, 15, 20, 6
{ 1, 2, 4 }, { 1, 2 }, 22, 25, 8
{ 1, 3, 4 }, { 1, 3 }, 23, 26, 8

Выполнив перебор по множителям Лагранжа получаем:

$$A = \{1,3\}; C(1) = 23; \; F_2 = 26; \; F_3(A) = 8 .$$

Из приведенного выше следует, что решение задачи программой в среде Maple позволяет найти оптимальное решение.

**Вывод**

Задачи ранцевого типа, применяемые в рациональном инвестировании, сведены к обычной оптимизации. Численная реализация показала привлекательность предложенного алгоритма.

Из приведенного выше следует, что предложен новый метод решения задач ранцевого типа может быть использован при расчете плана формирования одногруппных сквозных поездов и позволяет отказаться от булевых переменных и решать обычную задачу оптимизации по множителям Лагранжа.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ


1. Дувалян, С. В. Разработка алгоритмов и программ расчета сетевого плана формирования поездов [Текст] /С.В. Дувалян. –М.: «Отчет по научно-исследовательской работе», ВНГИЦ – 1978. –120 с.
2. Папахов, А. Ю. Внутри дорожный план формирования поездов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. [Текст] /А.Ю Папахов//– М.: МИИТ , 1990, –140 с.
3. Осминин, А.Т. Рациональная организация вагонопотоков на основе методов многокритериальной оптимизации. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. [Текст] /А.Т. Осминин// – Самара., 2000, –261 с.
4. Папахов, О.Ю. Елементи вдосконалення методики розрахунків плану формування поїздів [Текст]/ О.Ю. Папахов, О.М. Логвінов //Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені В. Лазаряна.-2006.- №12.- С. 91 – 93.
5. Босов А. А. Функции множества и их применение [Текст] / А.А. Босов – Днепродзержинск, Изд. дом «Андрей», 2007. – 182 с.
6. Киселева, Е.М. Непрерывные задачи оптимального разбиения множеств. Теория, алгоритм, приложения [Текст]/ Е.М. Киселева, Н.З. Шар// -К.: Наукова Думка, 2005 – 564 с.
7. Ильин, В.А. Аналитическая геометрия [Текст]/В.А. Ильин, Э.Г. Позняк – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002, - 240 с.
8. Прохоров, Г.В. Пакет символьных вычислений Maple [Текст] /Г.В. Прохоров, М.А. Леденев, В.В. Колбеев//М: Компания «Пежит»,-1997.-200 с.


Поступила в печать 20.04.2016.

## REFERENCES


1. Duvalyan, S. *Razrabotka algoritmov i programm rascheta setevogo plana formirovaniya poezdov* [Development of algorithms and calculation power train formation plan programs]. Moscow: "The report on the research work" VNGITS Publ., 1978. 120 p.
2. Papahov A. *Vnutridorozhnyy plan formirovaniya poezdov*. Cand. Diss. [Inside ground plan for the formation of trains. Cand. Diss.]. Moscow, 1990. 140 p.
3. Osminin, A. *Ratsional'naya organizatsiya vagonopotokov na osnove metodov mnogokriterial'noy optimizatsii*. Dokt. Diss. [The rational organization of traffic volumes on the basis of multi-criteria optimization methods. Dokt. Diss.]. Samara, 2000. 261 p.
4. Papahov A. Elementy vdoskonalennya metodyky rozrakhunkiv planu formuvannya poyizdiv [Elements of improvement of methodology of calculation of the plan of formation of trains] *Visnyk Dnipropetrovs'koho natsional'noho universytetu zaliznychnoho transportu im. akademika V. Lazaryana* [Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan],2006, no.12,- pp 91 - 93.
5. Bosov A. *Funktsii mnozhestva i ikh primenenie* [Set Functions and Their Applications]. Dnieper-Dzerzhinsk, "Andrei" Publ., 2007. 182 p.
6. Kiseleva E. *Nepreryvnye zadachi optimal'nogo razbieniya mnozhestv. Teoriya, algoritm, prilozheniya* [The continuous problems of optimal partitioning sets. Theory, Algorithms, Applications]. Kyiv, Naukova Dumka Publ., 2005. 564 p.
7. Ilyin, V. *Analiticheskaya geometriya* [Analytic Geometry]. Moscow, 2002. 240 p.
8. Prokhorov, G. *Paket simvol'nykh vychisleniy Maple* [Package Maple symbolic computation]. Moscow, "Pezhit" Publ., 1997. 200 p.


Внутренний рецензент *Гетьман Г. К.*

Внешний рецензент *Лежнюк П. Д.*

Целью данной работы является разработка математической модели и вычислительных методов организации вагонопотоков в грузовые поезда на основании векторной оптимизации с целью сокращения вагоно-часов накопления составов поездов на технических станциях.

Основной задачей исследования есть организация и распределение вагонопотоков в одногруппные сквозные поезда на технических станциях с минимальными затратами времени на их накопление.

Объектом исследования выступает сеть железнодорожных технических станций расчетного полигона.

Предметом исследования есть организация вагонопотоков в одногруппные сквозные поезда.

Методом исследования является теория функций множества.

Научная новизна заключается в решении задачи линейного программирования в булевых переменных с помощью функций множества приводя к поиску множества мини-мизирующего функцию цели при некоторых ограничениях на элементы данного множества.

Получены необходимые условия решения задачи векторной оптимизации при расчете плана формирования одногруппных сквозных поездов на полигоне выделенных станций сети.

**Ключевые слова:** организация вагонопотоков, модель, поезд, график движения, теория функций множества.

**УДК 656.212**

О. Ю. ПАПАХОВ, Н. О. ЛОГВІНОВА (ДНУЗТ)

Кафедра «Управління експлуатаційною роботою», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпропетровськ, Україна,
тел.: +38 (067) 564-65-65, ел. пошта: papahov0362@mail.ru, nata4ka@mail.ru,
ORCID: orcid.org/0000-0003-2357-8158, orcid.org/0000-0002-0730-247X

# МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКУ ПЛАНА ФОРМУВАННЯ ОДНОГРУПНИХ НАСКРІЗНИХ ПОЇЗДІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕОРІЇ МНОЖИН

Метою даної роботи є розробка математичної моделі і обчислювальних методів організації вагонопотоків в вантажні поїзди на підставі векторної оптимізації з метою скорочення вагоно-годин накопичення складів поїздів на технічних станціях.

Основною задачею дослідження є організація і розподіл вагонопотоків в одногрупні наскрізні поїзди на технічних станціях з мінімальними витратами часу на їх накопичення.

Об'єктом дослідження виступає мережа залізничних технічних станцій полігону. Предметом дослідження є організація вагонопотоків в одногрупні наскрізні поїзди. Методом дослідження є теорія функцій множин. Наукова новизна полягає у вирішенні задачі лінійного програмування в булевих змінних за допомогою функцій множин приводячи до пошуку множин мінімізує функцію мети при деяких обмеженнях на елементи даної множини.

Отримані необхідні умови розв'язання задачі векторної оптимізації при розрахунку плану формування одногрупний наскрізних поїздів на полігоні виділених станцій мережі.

**Ключові слова:** організація вагонопотоків, модель, поїзд, графік руху, теорія функцій множин.

Внутрішній рецензент *Гетьман Г. К.* Зовнішній рецензент *Лежнюк П. Д.*

**UDC 656.212**

O. YU. PAPAKHOV, N. A. LOGVINOVA (DNURT)

Department of Management of operational work, Dnepropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan 2 Str., 49010, Dnepropetrovsk, Ukraine,
tel.: + 38 (067) 524-43-22, e- mail: papahov0362@mail.ru, nata4ka@mail.ru,
ORCID: orcid.org/0000-0003-2357-8158, orcid.org/0000-0002-0730-247X

# THE MATHEMATICAL MODEL FOR CALCULATING THE FORMATION OF SINGLE-GROUP PLAN WITH THROUGH TRAINS USING SET THEORY

The aim of this work is to develop mathematical models and computational methods of the organization of traffic volumes in the freight trains on the basis of vector option in order to reduce car-hours of accumulation trains at service stations.

The main objective of the study is the organization and distribution of traffic volumes in the single-group through the train at stations with a minimum of technical costs of times for their accumulation. The object of research is the network of railway technical stations races-even the landfill. The subject of research is the organization of traffic volumes in the single-group through the train. The method of research is the theory of multiple functions. Scientific novelty lies in solving the problem of linear programming in boo-left variables using multiple functions leading to the search for a plurality of minimizing the objective function under certain restrictions on the elements of the set.

The necessary conditions for solving the problem of vector optimization in the calculation of the plan of forming single-group cross-train on the range selected network stations.

**Keywords:** organization of traffic volumes, the theory of multiple functions.

Internal reviewer *Getman G. K.* External reviewer *Lezhnuk P. D.*