#### УДК 621.331.3

#### **Є. М. КОСАРЄВ (ДНУЗТ)**

Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна 49010, Дніпро, вул. Лазаряна, 2, тел. +38(056) 373-15-25, e-mail: <u>kosarev@e.diit.edu.ua</u>, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-3574-7414, ResearcherID: D-3107-2016, Scopus Author ID: 57188751578

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КЕРОВАНОЇ РОЗПОДІЛЕНОЇ СИСТЕМИ ТЯГОВОГО ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

#### Вступ

Задачі розрахунку режимів роботи і визначення навантажувальної здатності систем тягового електропостачання (СТЕ) вкрай актуальні при їх проектуванні та експлуатації. Однак, на відміну від розрахунку систем зі стаціонарними споживачами електричної енергії, розрахунок СТЕ має певні особливості. На режим роботи системи тягового електропостачання впливає багато факторів, які мають детермінований і стохастичний характер. Такими факторами можуть бути число і ваговий склад поїздів, режими їх роботи та розміщення у часі і просторі, пропускна здатність ділянки, метеорологічні умови, план і профіль ділянки та ряд інших факторів, пов'язаних з організацією експлуатації залізниці [1].

Розрахунок керованої розподіленої системи тягового електропостачання є ще більш ускладненим, оскільки математична модель такої СТЕ повинна передбачати розташування на міжпідстанційній зоні декількох підсилюючих пунктів (ПП) з можливістю регулювання їх вихідної потужності в режимі реального часу. Вочевидь, зміна схеми електропостачання призведе до додаткових ускладнень при моделюванні. Такі ускладнення будуть пов'язані з урахуванням впливу сусідніх фідерних зон та раціональним примусовим розподілом потужності паралельно працюючих тягових підстанцій і підсилюючих пунктів для забезпечення мінімуму втрат електричної енергії в тяговій мережі [2]. Апріорі концепція розподіленого живлення з керованими (некерованими) тяговими підстанціями та керованими підсилюючими пунктами передбачає збільшення явища впливу вирівнюючих струмів і, як наслідок, ускладнення розрахунку цих струмів через наявність більшої кількості джерел з різною напругою на шинах [3].

**Метою даної роботи** є розробка математичної моделі для розрахунку системи тягового електропостачання розподіленого типу з можливістю зміни вихідної потужності окремих підсилюючих пунктів в режимі реального часу.

#### Аналіз методів розрахунку систем тягового електропостачання

Методи розрахунку системи тягового електропостачання можна розбити на три групи (рис. 1) [4 – 8]: на основі тягових розрахунків, на основі заданих розмірів руху і спільний електричний розрахунок ЕРС і СТЕ.

У методах, що базуються на основі тягових розрахунків навантаження може бути задане у вигляді потужності або струму. До методів, де тягове навантаження задається у вигляді струму, відносяться розрахунки на основі перетину графіка руху поїздів і неперервного дослідження графіка руху. Принципами розрахунку, де тягове навантаження задається у вигляді потужності, є розрахунок чітко визначених ниток графіка руху класичними методами, розрахунок статистично стійких ниток графіка руху класичними методами і розрахунок чітко визначених ниток графіка руху в фазних координатах. До другої групи методів відноситься розрахунок СТЕ на основі законів розподілу числа поїздів на фідерній зоні. До третьої групи належить побудова миттєвих схем додаванням електричних навантажень з урахуванням фактичного рівня напруги на струмоприймачі.

Аналіз наведених методів розрахунку [9] показав, що найбільш досконалими є: розрахунок чітко визначених ниток графіка руху класичними методами, розрахунок статистично стійких ниток графіка руху класичними методами, розрахунок чітко визначених ниток графіка руху в фазних координатах і побудова миттєвих схем з додаванням електричних навантажень з урахуванням фактичного рівня напруги на струмоприймачі ЕРС. Очевидно, що побудова математичної моделі керованої розподіленої СТЕ повинна враховувати ці методи.

<sup>©</sup> Косарєв Є. М., 2017



Рис. 1. Методи розрахунку систем тягового електропостачання

#### Формалізація математичної моделі системи тягового електропостачання постійного струму

Вихідна інформація для розрахунку задається у матричному вигляді. Матриця схеми визначає топологію розрахункової ділянки на координатній сітці, напругу холостого ходу тягових підстанцій та підсилюючих пунктів, їх внутрішній опір, вузли підключення живлячих фідерів до контактної мережі та вузли з'єднання контактних підвісок.

Стовпчики матриці визначають координату кожного підключення, а рядки – тип підключення та параметр джерела живлення. Для ділянки рис. 2, матриця схеми матиме вигляд (2).



<sup>©</sup> Косарєв Є. М., 2017

Визначення напруги холостого ходу та внутрішнього опору тягових підстанцій і підсилюючих пунктів відбувається відповідно до [4, 10] з урахуванням двонаправленості перетворювальних агрегатів. В подальших розрахунках матриця схеми використовується в якості аргументу різних функцій.

# Визначення струмів в системі без наявності електрорухомого складу

Зважаючи на те, що на залізницях України тягові підстанції обладнані некерованими випрямлячами, доцільно розглядати ділянку саме з такими тяговими підстанціями та з підсилюючими пунктами, що обладнані випрямноінверторними агрегатами. Завдяки двонаправленому перетворювачу підсилюючого пункту останній сприймається системою, як навантаження. У випадку нерівності напруги тягових підстанцій підсилюючих та пунктів (  $U_{\text{TII}} > U_{\text{IIII}}$ ) починає протікати вирівнювальний струм, який, споживається підсилюючими пунктами для заряду накопичувача. Слід відзначити, що при відсутності навантаження на міжпідстанційній зоні доцільно навмисно занижувати вихідну напругу ПП для додаткового заряду накопичувача. Встановлення зворотної нерівності напруги (U<sub>ПП</sub> > U<sub>ТП</sub>) буде доцільним лише у випадку, коли тягові підстанції обладнані випрямно-інверторними агрегатами, а накопичувачі підсилюючих пунктів повністю заряджені. Тоді енергія, згенерована альтернативним джерелом живлення, перетікаючи від підсилюючих пунктів до тягових підстанцій, далі буде спрямована в систему зовнішнього електропостачання. Таким чином, в даній системі, за умови розміщення на міжпідстанційній зоні підсилюючих пунктів з двонаправленими перетворювачами, можуть протікати вирівнювальні струми без наявності електрорухомого складу на ділянці.

Для розрахунку струмів в СТЕ без навантаження за умови розміщення на міжпідстанційній зоні підсилюючих пунктів з двонаправленими перетворювачами необхідно визначити, які струми протікають від кожної тягової підстанції при заданій конфігурації системи тягового електропостачання та рівня напруги холостого ходу відповідної тягової підстанції. Для вирішення цього завдання скористаємося методом накладання. Суть методу накладання полягає в тому, що струм у будь-якій вітці кола, створений кількома джерелами, які діють у даному колі, дорівнює алгебраїчній сумі струмів, створених кожним з цих джерел окремо.

© Косарєв Є. М., 2017

Для реалізації розрахунку розглянемо схему ділянки, яка зображена на рис. 5. В даній схемі міжпідстанційна зона задається еквівалентним опором тягової мережі, який враховує схему живлення та кількість колій. Розрахункова ділянка може складатись з будь-якої кількості тягових підстанцій, підсилюючих пунктів та міжпідстанційних зон. Для прикладу будемо використовувати еквівалентну схему заміщення електрифікованої ділянки (рис. 2) обмежену *i*-2 та *i*+2 тяговими підстанціями, яка має два підсилюючих пункти *i*-1 та *i*+1 (рис. 3).



Рис. 3. Еквівалентна схема заміщення електрифікованої ділянки

Для використання методу накладання, на розрахунковій ділянці необхідно вибрати деяку іту тягову підстанцію з кількістю *m* тягових підстанцій та підсилюючих пунктів ліворуч від обраної та з *n* тяговими підстанціями та підсилюючими пунктами праворуч. Тоді розрахункова схема буде мати вигляд рис. 4.



Рис. 4. Розрахункова схема для *i*-тої тягової підстанції:  $\rho$  – внутрішній опір відповідної тягової підстанції / підсилюючого пункту; U – напруга холостого ходу відповідної тягової підстанції / підсилюючого пункту;  $r_0$  – опір 1 км контактної мережі; x - координата відповідної тягової підстанції / підсилюючого го пункту

Для визначення струму *I<sub>i</sub>* від *i*-тої тягової підстанції або підсилюючого пункту за умови відсутності навантаження на дослідній ділянці скористаємось законом Ома:

$$I_i = \frac{U_i}{R_{\text{eKB}}},\tag{2}$$

де *R*<sub>екв</sub> – еквівалентний опір стуму *i*-тої тягової підстанції, Ом.

Для визначення еквівалентного опору *R*<sub>скв</sub> необхідно ліву та праву частину розрахункової схеми відносно *i*-тої тягової підстанції звести

до єдиного опору. Запишемо ці величини як  $R_L$  та  $R_R$  відповідно. В такому випадку розрахункова схема матиме вигляд рис. 5.



Рис. 5. Розрахункова схема для визначення еквівалентного опору:  $R_L$  – еквівалентний опір тягової мережі з урахуванням внутрішнього опору тягових підстанцій та підсилюючих пунктів зліва від *i*-тої ТП;

*R<sub>R</sub>* – еквівалентний опір тягової мережі з урахуванням внутрішнього опору тягових підстанцій та підсилюючих пунктів справа від *i*-тої ТП

Розрахунок  $R_L$  та  $R_R$  проводиться циклічно для послідовних та паралельних з'єднань. Загальна формула для визначення опору зліва та справа від *i*-тої тягової підстанції при загальній кількості тягових підстанцій та підсилюючих пунктів N має вигляд:

٢

$$R_{L}(i) = \begin{cases} \emptyset & i = 1\\ \rho_{1} + r_{1} & i = 2\\ \frac{R_{L}(i-1) \cdot \rho_{i-1}}{R_{L}(i-1) + \rho_{i-1}} \cdot r_{i-1} & i > 2 \end{cases}$$
(3)  
$$R_{R}(i) = \begin{cases} \emptyset & i = N\\ \rho_{N} + r_{N-1} & i = N-1\\ \frac{R_{R}(N-1) \cdot \rho_{N-1}}{R_{T}(N-1) + \rho_{N-1}} \cdot r_{i} & i < N-1 \end{cases}$$
(4)

де *i* – номер розрахункової тягової підстанції;

*ρ* – внутрішній опір тягової підстанції;

*г* – опір ділянки тягової мережі між тяговими підстанціями;

 N – загальна кількість тягових підстанцій та підсилюючих пунктів на розрахунковій ділянці.

Тоді опір для визначення складової струму *i*тої тягової підстанції:

$$R_{\text{CKB}} = \begin{cases} \rho_i + R_R(i), & R_L(i) = \emptyset \\ \rho_i + R_L(i), & R_R(i) = \emptyset \\ \rho_i + \frac{1}{\frac{1}{R_L(i)} + \frac{1}{R_R(i)}} & R_L(i) \neq \emptyset \land R_R(i) \neq \emptyset. \end{cases}$$
(5)

#### Розрахунок вирівнюючих струмів

При наявності електрорухомого складу на розрахунковій ділянці визначення вирівнюючих струмів проводиться шляхом розділення на ліву та праву складові струму від кожної тягової підстанції або підсилюючого пункту (рис. 6).



Рис. 6. Розподіл струмів на ділянці від *і*-тої тягової підстанції

Струми ліворуч визначаються, починаючи з останньої тягової підстанції (підсилюючого пункту), для цього використовується принцип розподілу струмів між декількома паралельними вітками. Якщо розраховується ділянка безпосередньо зліва від тягової підстанції (підсилюючого пункту), що розглядається, то струм визначається за формулою:

$$I_k = I_i \cdot \frac{R_R(i)}{R_R(i) + R_L(i)}.$$
(6)

Якщо розглядається ділянка, яка у даних умовах накладання не містить праворуч джерела живлення (тягової підстанції або підсилюючого пункту), то струми на цій ділянці визначаються згідно з розподілом струмів на попередній ділянці:

$$I_{k} = I_{k-1} \cdot \frac{\rho_{i-1}}{R_{L}(i-1) + \rho_{i-1}}.$$
(7)

Якщо обрано крайню тягову підстанцію, то струм на ділянці повністю рівний складовій  $I_k = I_i$ .

Для струмів, що протікають праворуч від тягової підстанції, що розглядається, умови розрахунку будуть аналогічними. Відповідно, формули для визначення струмів на ділянках:

$$I_k = I_i \cdot \frac{R_L(i)}{R_R(i) + R_L(i)},\tag{8}$$

$$I_k = I_{k-1} \cdot \frac{\rho_i}{R_L(i) + \rho_i},\tag{9}$$

$$I_k = I_i \tag{10}$$

Для зручності, проміжні результати розрахунків лівих (11) та правих (12) частин струмів

<sup>©</sup> Косарєв Є. М., 2017

записуються у матриці розмірністю  $N \times K$ , де K-кількість міжпідстанційних зон, K = N - 1.

$$Ik_{Lij} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ Ik_{L21} & 0 & 0 & 0 \\ Ik_{L31} & Ik_{L32} & 0 & 0 \\ Ik_{L41} & Ik_{L42} & Ik_{L43} & 0 \\ Ik_{L41} & Ik_{L43} & Ik_{L43} & Ik_{L43} & 0 \\ Ik_{L41} & Ik_{L43} & Ik_$$

Iŀ-

$$Ik_{Rij} = \begin{vmatrix} Ik_{R11} & Ik_{R12} & Ik_{R13} & Ik_{R14} \\ 0 & Ik_{R22} & Ik_{R23} & Ik_{R24} \\ 0 & 0 & Ik_{R33} & Ik_{R34} \\ 0 & 0 & 0 & Ik_{R44} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$
(12)

Приймаючи правило знаків при протіканні струмів по ділянках: +1 – напрямок протікання струму зліва направо, -1 – напрямок протікання струму справа наліво, та складаючи їх за стовпчиками отримаємо вектор результуючого розподілу струму.

$$Ik_{j} = Ik_{Rj} - Ik_{Lj} \tag{13}$$

$$Ik_{Rj} = \left| \sum_{i=1}^{N} Ik_{Ri1} \quad \sum_{i=1}^{N} Ik_{Ri2} \quad \sum_{i=1}^{N} Ik_{Ri3} \quad \sum_{i=1}^{N} Ik_{Ri4} \right| \quad (14)$$

$$Ik_{Lj} = \left| \sum_{i=1}^{N} Ik_{Li1} \sum_{i=1}^{N} Ik_{Li2} \sum_{i=1}^{N} Ik_{Li3} \sum_{i=1}^{N} Ik_{Li4} \right| \quad (15)$$

#### Розрахунок функції опору $f_R(x)$

Для різних схем живлення контактної мережі закономірність зміни опору тягової мережі відносно рухомого навантаження (функція опору  $f_R(x)$ ) різна, тому доцільно враховувати закон зміни опору не лише для основних схем живлення [11].

Розрахунок функції опору  $f_R(x)$  для електрифікованої ділянки з кількістю тягових підстанцій і підсилюючих пунктів N та N-1 міжпідстанційних зон повинен виконуватись з урахуванням всіх тягових підстанцій і підсилюючих пунктів, їх внутрішнього опору та опору тягової мережі [12]. У разі розрахунку двоколійної ділянки необхідно враховувати схеми роздільного, вузлового, паралельного, а в деяких випадках, неповного паралельного живлення. Для цих випадків визначення функції опору, базуючись на погонних параметрах схеми та графіку руху поїздів, враховує місце розташування електровоза відносно вузлів паралельного з'єднання контактних підвісок. Узагальнена заступна схема для розрахунків зображена на рис. 7.



© Косарєв Є. М., 2017

Найближчі вузли паралельного з'єднання контактних підвісок  $x_{Ln}$  та  $x_{Rn}$  і координати тягових підстанцій/підсилюючих пунктів  $x_L$ ,  $x_R$  визначаються за допомогою матриці схеми *S*. Далі знаходяться складові схеми (рис. 7) за формулами (16 – 22).

Складові, що враховують внутрішній опір відповідної тягової підстанції/підсилюючого пункту та опір ділянки зліва / справа від неї:

$$R_{1} = \frac{1}{\frac{1}{R_{I}(i)} + \frac{1}{\rho_{i}}}$$
(16)

$$R_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_R(i+1)} + \frac{1}{\rho_{i+1}}}$$
(17)

Опір ділянки між тяговою підстанцією/підсилюючим пунктом та найближчим вузлом паралельного з'єднання контактних підвісок:

$$r_L = \frac{1}{2} (x_{Ln} - x_L) \cdot r_0 \tag{18}$$

$$r_{R} = \frac{1}{2} (x_{R} - x_{Rn}) \cdot r_{0}$$
 (19)

Опір ділянки між вузлами паралельного з'єднання контактних підвісок:

$$r_{12} = (x_{Rn} - x_{Ln}) \cdot r_0 \tag{20}$$

Опір ділянки між тяговим навантаженням та найближчим вузлом паралельного з'єднання контактних підвісок:

$$r_1(x) = (x - x_{Ln}) \cdot r_0$$
 (21)

$$r_2(x) = (x_{Rn} - x) \cdot r_0$$
 (22)

Відповідно до рис.8 опори ділянок  $r_1(x)$ ,  $r_2(x)$ ,  $r_{12}$  перетворюються зі схеми з'єднання «трикутник» в схему «зірка» [13] з опорами в променях  $r_a(x)$ ,  $r_b(x)$ ,  $r_c(x)$ :





В результаті функція опору матиме вигляд:

$$f_{R}(x) = \begin{cases} r_{c}(x) + \frac{1}{\frac{1}{r_{a}(x) + R_{1} + r_{L}} + \frac{1}{r_{b}(x) + R_{2} + r_{R}}}, & x_{Ln} \neq x_{Rn} \\ \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{R_{1} + r_{L}} + \frac{1}{R_{2} + r_{R}}}}, & x_{Ln} = x_{Rn} \end{cases}$$
(23)

#### Розрахунок енергетичних показників системи тягового електропостачання

Визначення основних показників системи тягового електропостачання ( $U_{\min}$ ,  $\Delta P$ ,  $\Delta W$ ) базується на функції струморозподілу тягових підстанцій (28). Результатом розрахунку даної функції  $\overline{F}(x,S)$  є вектор, який складається з потенціалів у вузлах розрахункової схеми в місцях підключення фідерів тягових підстанцій, точок з'єднання контактних підвісок колій та ЕРС, що знаходиться на міжпідстанційних зонах.

$$\overline{F}(x,S) = |G| \cdot |A(S)|^{-1} \cdot \overline{B}$$
(24)

де |*G*| — діагональна матриця провідностей тягових підстанцій;

|A(S)| — базисна матриця схеми, побудована за допомогою метода вузлових потенціалів;

 $\overline{B}$  – вектор задаючих струмів в вузлах.

Розрахунок функції струморозподілу виконується за допомогою методу вузлових потенціалів у матричному вигляді. Слід зауважити, що розмірність матриць залежить від кількості вузлів у розрахунковій схемі. Для розрахункової ділянки зображеної на рис. 9 еквівалентна схема заміщення без врахування навантажень матиме вигляд рис. 10.



Рис. 9. Схема ділянки для визначення потенціалів у вузлах



ис. 10. Схема заміщення досілдної ділянки без на вантажень

© Косарєв Є. М., 2017

У випадку, коли на розрахунковій ділянці відсутні навантаження (рис. 10), схема заміщення може бути описана квадратною базисною матрицею |A(S)| (25) по головній діагоналі якої записані власні результуючі провідності віток, решта елементів матриці представляє собою провідності зв'язків між попереднім та наступним вузлом [14, 15].



Матриця провідностей тягових підстанцій та підсилюючих пунктів |G| також є квадратною по головній діагоналі котрої, відповідно до вузла підключення, записані власні провідності тягових підстанцій/підсилюючих пунктів (26). Для схеми без навантажень вектор задаючих струмів  $\overline{B}$  буде заповнений нулями (27).

У момент часу, коли навантаження на розрахунковій ділянці знаходиться у вузлах (навантаження  $I_2$ ,  $I_3$  рис. 9) схема заміщення залишається майже незмінною, додатково будуть вказані лише дані навантаження (рис. 11).



Рис. 11. Схема заміщення з навантаженням у вузлах

Базисна матриця схеми та матриця провідностей залишаться незмінними (25, 26). У векторі задаючих струмів, відповідно до ву-

© Косарєв Є. М., 2017

зла, будуть вказані значення струмів навантаження (28).

$$\overline{B}^{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & I_{2} & 0 & I_{3} & 0 \end{bmatrix}$$
(28)

У момент часу, коли навантаження на розрахунковій ділянці знаходиться між вузлами (наприклад навантаження  $I_4$  рис. 9) схема заміщення набуває наступного вигляду (рис. 12).



Рис. 12. Схема заміщення з навантаженням між вузлами

При цьому величини опорів  $r_{12_1}(x)$ ,  $r_{12_2}(x)$ , що з'являються між ЕРС та суміжними вузлами, будуть функціонально залежними від місцезнаходження ЕРС. Додатково відбувається перетворення «трикутник – зірка» опорів  $r_{11}$ ,  $r_{12_1}(x)$ ,  $r_{12_2}(x)$  в результаті чого буде отримано нові опори  $r_a(x)$ ,  $r_b(x)$ ,  $r_c(x)$ , один додатковий вузол та, як результат, нову схему заміщення (рис. 13).



Рис. 13. Схема заміщення з перетворенням «трикутник – зірка»

У такому випадку, побудова базисної матриці схеми передбачає розрив існуючих зв'язків між 6 і 7 вузлом (рис. 10), (25) та їх заміну на нові, з урахуванням додаткового вузла та нових опорів, отриманих в результаті перетворення. Таким чином базисна матриця схеми

 $\overline{B}^{T} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{4} \end{vmatrix}$ (31)

Для заданої миттєвої схеми (рис. 9) схема заміщення з урахуванням перетворень матиме вигляд (рис. 14), базисна матриця схеми матиме розмірність  $|A(S)| 9 \times 9$ , матриця провідностей –  $|G| 9 \times 9$ , вектор задаючих струмів –  $\overline{B} 1 \times 9$ .



Рис. 14. Схема заміщення до рис. 9

Таким чином, описані матриці |A(S)|, |G| та  $\overline{B} \in$  динамічними та змінюють свій розмір в залежності від поїзної ситуації на розрахунковій ділянці та місцеположення окремого навантаження.

|A(S)| змінить свою розмірність з 7×7 (25) на 8×8 (29). Відповідно також збільшиться матриця провідностей тягових підстанцій та підсилюючих пунктів |G| (30) та вектор задаючих струмів  $\overline{B}$  (31).



На рис. 15 зображено графічне представлення функцій струморозподілу тягових підстанцій та підсилюючих пунктів відповідно до рис. 9 отриманих за допомогою описаного методу при русі першого навантаження розрахунковою ділянкою.



Рис. 15. Функції струморозподілу тягових підстанцій та підсилюючих пунктів

За допомогою отриманих потенціалів у вузлах схеми, опорів віток між ними та графіка руху поїздів визначається розподіл струмів в контактній мережі. Для цього спочатку визначається струморозподіл у заданій схемі живлення від одного навантаження, наприклад для ділянки між першим та другим вузлом (рис. 14) струм, що протікає в контактній мережі першої колії буде визначатись:

$$i_{K1} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r_1},$$
 (32)

де  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  – потенціали відповідно першого та другого вузла, B;

*r*<sub>1</sub> – величина опору вітки між першим та другим вузлом, Ом.

© Косарєв Є. М., 2017

Далі за допомогою принципу суперпозиції визначається розподіл струмів в контактній мережі від усіх поїздів та з урахуванням вирівнювальних струмів. Наприклад, для контактної мережі першої колії вузлової схеми живлення:

$$I_{\rm K1}(x) = \sum_{i=1}^{n_1} I_{\rm K1}(2i-1,x) + \sum_{i=1}^{n_2} I_{\rm K1}(2i,x) + I_{\rm BHp} \quad (32)$$

де 2*i*-1, 2*i* – визначають номери непарного та парного поїзду;

*n*<sub>1</sub>,*n*<sub>2</sub> – кількість поїздів відповідно на першій та другій колії.

Функція розподілу струмів в контактній мережі в місці розташування ЕРС (рис. 16) має розрив першого роду  $\lim_{x \to x_u \to 0} I_K(x) \neq \lim_{x \to x_u \to 0} I_K(x)$ [12] та в точці  $x_{tt}$  набуває значення  $\lim_{x \to x_u \to 0} I_K(x) = A$  і  $\lim_{x \to x_u \to 0} I_K(x) = B$ . Дане обумовлено тим, що навантаження отримує живлення з двох сторін, тобто струми в тяговій мережі



Рис. 16. Розподіл струму в контактній мережі

Визначення функції розподілу втрат напруги передбачає використання функції розподілу струмів в контактній мережі з накопичуючим домноженням на відповідну відстань та питомий опір мережі. При накопиченні використовується рекурсивний підхід, тобто визначення розподілу втрат напруги наступного інтервалу використовує втрату напруги попереднього рис. 17. Оскільки функція розподілу струму має розрив першого роду, а падіння напруги розраховується з лівої частини схеми, в подальших розрахунках втрат напруги використовується лівий ліміт.

Формалізований запис функції розподілу втрат напруги в контактній мережі першої колії матиме вигляд:

$$\Delta u_{\mathrm{K1}}(n,x) = \Delta u_i(n,x) + r_0 \lambda(n,x) i_{\mathrm{K1}}(n,x), \quad (33)$$

де  $\Delta u_i(n,x)$  – значення втрати напруги у вузлі лівіше від навантаження, яке для i > 0 визначається як:



Рис. 17. Розподіл втрат напруги вздовж міжпідстанційної зони  $p_0 - p_3 -$  точки перегину кривої втрат напруги;  $l_C$  – відстань від тягової підстанції до ПСК;

*x*<sub>tt</sub> – відстань від тягової підстанції до місця розташування ЕРС; *L* – довжина міжпідстанційної зони

$$\Delta u_i(n,x) = r_0 \sum_{j=0}^{i} \left( \overline{p}(n)_j - \overline{p}(n)_{j-1} \right) \lim_{x \to \overline{p}(n)_j = 0} i_{K1}(n,x) \quad (34)$$

де *i* – кількість перегинів функції розподілу втрат напруги, починаючи від 0.

У випадку коли i = 0 втрати напруги  $\Delta u_i(n,x) = 0$ .

У формулі (33) індекс *і* може бути обраним відповідно до умов:

$$i = \begin{cases} 0, p_0 \le x < p_1; \\ 1, p_1 \le x < p_2; \\ 2, p_2 \le x < p_3; \\ \dots \end{cases}$$
(35)

 $\overline{p}(n)$  — відсортований вектор координат, що складається з вузлів з'єднання контактних підвісок першої та другої колії ліворуч і праворуч від навантаження, позиції навантаження  $x_{tt}(n)$ та точок початку (0) та кінця розрахункової ділянки (L). Для вузлової схеми цей вектор може бути записаний як

$$\overline{p}(n) = \begin{cases} \{0; l_C; L\}, x_{tt}(n) = 0 \lor x_{tt}(n) = l_C \lor x_{tt}(n) = L; \\ \{0; x_{tt}(n); l_C; L\}, 0 \lt x_{tt}(n) \lt l_C; \\ \{0; l_C; x_{tt}(n); L\}, l_C \lt x_{tt}(n) \lt L; \\ \{0; l_C; L\}, 0 \lt x_{tt}(n) \lt L, n = 2i. \end{cases}, n = 2i - 1;$$
(36)

За аналогією з функцією розподілу струмів в контактній мережі визначається розподіл втрат напруги в контактній мережі від усіх поїздів та з врахуванням впливу вирівнювальних струмів, а саме:

$$\Delta U_{\rm K1}(x) = \sum_{i=1}^{n_1} \Delta U_{\rm K1}(2i-1,x) + \sum_{i=1}^{n_2} \Delta U_{\rm K1}(2i,x) + I_{\rm BHP} \cdot r_0 \cdot x \,(37)$$

© Косарєв Є. М., 2017

ISSN 2307-4221 Електрифікація транспорту, № 14. - 2017.

Величина напруги на струмоприймачі електровоза з урахуванням взаємного впливу кожного навантаження на парній та, залежно від схеми живлення, непарній коліях визначається:

$$U_{j}(x) = U_{\mathrm{III}} - I_{j}(x) \cdot f_{R}(x) - \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n_{\mathrm{I}}} \Delta U_{k}^{*}(x, x_{k}) - \sum_{\substack{k=n_{\mathrm{I}}}}^{n_{\mathrm{I}}+n_{2}} \Delta U_{k}^{*}(x, x_{k}) (38)$$

де  $_k$  – номер навантаження на відповідній колії;  $n_1$ ,  $n_2$  – кількість навантажень на 1-й та 2-й коліях;  $\Delta U'_k(x,x_k)$  – функція розподілу спаду напруги від k-го навантаження на попутній колії, В;  $\Delta U''_k(x,x_k)$  – те ж на суміжній колії, В.

Різниця потужності, що згенерована тяговими підстанціями та пунктами підсилення і потужності, яку споживає ЕРС в кожній точці схеми визначає розподіл втрат потужності вздовж дослідної ділянки. Інтегрування втрат потужності за часом визначає втрати електроенергії при русі ЕРС дослідною ділянкою.

#### Розрахунок на математичній моделі напруги на струмоприймачі електрорухомого складу

Для дослідження розробленої математичної моделі проводились розрахунки ділянки НД Вузол – П'ятихатки Придніпровської залізниці. Вихідні дані для проведення розрахунків були отримані експериментальним шляхом. Часові залежності споживаного струму та напруги на струмоприймачі поїзду масою 4532 т протягом руху дослідною ділянкою зображено на рис. 18, 19.



Рис. 18. Споживаний струм ЕРС

Результати розрахунку та дослідних вимірювань напруги на струмоприймачі ЕРС зображені на рис. 19.



Рис. 19. Напруга на струмоприймачі ЕРС: 1 – експеримент; 2 – розрахунок на моделі

Також на створеній математичній моделі отримано розподіл втрат потужності в тяговій мережі при русі ЕРС дослідною ділянкою, що зображено на рис. 20. При цьому втрати електроенергії складають 904,3 кВт год.



В ході дослідження математичної моделі, середнє значення абсолютної та відносної похибки по відношенню до експериментальних даних склало 1,58 % та -0,075 %, що становить 53,07 та -4,18 В відповідно, 95 % значень абсолютної та відносної похибки на кумулятивній кривій імовірності знаходяться в межах до 4,5 та 3,78 % (рис. 21).



Рис. 21. Статистична функція розподілу похибок: 1 – відносна похибка, 2 – абсолютна похибка

В цілому точність розрахунків на математичній моделі відповідає умові  $\delta \le 5 \%$  [16]. Значний діапазон похибки -141,37 … 133 В обумовлений величиною стандартного відхилення ( $\sigma = 69,99$  В).

На рис. 22 - 23 показано використання розробленої математичної моделі на тій же ділянці НД Вузол – П'ятихатки для оптимізації її режимів роботи. При цьому враховувався реальний графік руху поїзда масою 6098 т, параметри його струмоспоживання в залежності від профілю ділянки, внутрішні опори тягових підстанцій та напруги холостого ходу. Розглянута ділянка має вісім мжпідстанційних зон, на кожній з яких розташовано підсилюючий пункт.

<sup>©</sup> Косарєв Є. М., 2017







Рис. 23. Втрати потужності в тяговій мережі: 1 – базовий розрахунок; 2 –підсилення СТЕ підсилюючими пунктами

В результаті виконання поставлених розрахунків на дослідній ділянці втрати електроенергії при проході одного поїзда склали 2,6 МВт год. За допомогою розподіленого елек-

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Sychenko, V. G. Improving the quality of voltage in the system of traction power supply of direct current / V. G. Sychenko, D. O. Bosiy, E. M. Kosarev // Archives of Transport. — 2015. — Vol. 35, Iss. 3. — P. 63—70.

2. Dmitry Bosyi. Modeling of the controlled traction power supply system in the space-time coordinates / Dmitry Bosyi, Yevhen Kosariev // Transport Problems: an International Scientific Journal. –  $2017. - N_{\odot} 3.$ – P. 5 – 19.

3. Аржанников, Б. А. Система управляемого электроснабжения электрифицированных железных дорог постоянного тока / Б. А. Аржанников. – Екатеринбург: УрГУПС. 2010. – 176 с.

4. Марквардт К. Г. Электроснабжение электрифицированных железных дорог / К. Г. Марквардт. – М.: Транспорт, 1982. – 528 с.

5. Закарюкин, В. П. Методы совместного моделирования систем тягового и внешнего электроснабжения железных дорог переменного тока / под. ред. А.В. Крюкова. Иркутск: ИрГУПС, 2010. – 160 с.

 Андреев, В. В. Развитие методологии расчета систем тягового электроснабжения / В. В. Андреев, В. А. Гречишников, Ю. Н. Король, М. В. Шевлюгин // Ж.д. трансп. 2014. №8. С. 32.

7. Герман, Л.А. Матричные методы расчета си-

тропостачання можливо знизити ці втрати до значення 1,56 МВт год. Крім того, при децентралізованому електропостачанні підвищується напруга в мережі, що позитивно впливає на безпеку руху та експлуатацію електрорухомого складу.

#### Висновки

Запропонований метод розрахунку миттєвих схем дозволяє виконати електричні розрахунки системи тягового електропостачання при споживанні електрорухомим складом заданої потужності при фактичному значенні напруги на струмоприймачеві. Даний метод розрахунку системи тягового електропостачання полягає в описі закономірності зміни опору тягової мережі з N тяговими підстанціями та N-1 міжпідстанційними зонами аналітичними функціями, які в сукупності з функціями струморозподілу та розподілу потенціалів у вузлах системи, дозволяють формалізувати електротехнічні розрахунки електротягових систем та перейти від дискретного до неперервного уявлення.

Можливість застосування прямого розрахунку електричних величин дозволяють значно спростити подальші оптимізаційні розрахунки режимів роботи систем тягового електропостачання.

#### REFERENCES

1. Sychenko, V. G. Improving the quality of voltage in the system of traction power supply of direct current / V. G. Sychenko, D. O. Bosiy, E. M. Kosarev // Archives of Transport. — 2015. — Vol. 35, Iss. 3. — P. 63—70.

2. Dmitry Bosyi. Modeling of the controlled traction power supply system in the space-time coordinates / Dmitry Bosyi, Yevhen Kosariev // Transport Problems: an International Scientific Journal. –  $2017. - N_{\odot} 3.$ – P. 5 – 19.

3. Arzhannikov B. A. Systema upravlyaemoho elektrosnabzhenyya elektryfytsyrovannykh zheleznykh doroh postoyannoho toka [The system of controlled power supply on the electrified DC railways]. Yekaterinburg: USURT Publ. 2010. 176 p.

4. Markvardt K. G. Elektrosnabzhenie elektrifitsirovannykh zheleznykh dorog [Electricity electricinfected railways]. Moscow, Transport Publ., 1982. 528 p.

5. Zakaryukyn V. P., Kryukov A. V. Metody sovmestnoho modelyrovanyya system tyahovoho y vneshneho elektrosnabzhenyya zheleznykh doroh peremennoho toka [Methods for joint modeling of traction and external power supply systems for AC railroads] Yrkut sk: YSURT, 2010. 160 p.

6. Andreev, V. V. Razvytye metodolohyy rascheta

<sup>©</sup> Косарєв Є. М., 2017

стемы тягового электроснабжения / Л.А. Герман. – М.: РОСГУПС, 1998. – 36 с.

8. Тер-Оганов, Э. В. Применение имитационного моделирования для расчета и анализа работы системы электроснабжения / Э. В. Тер-Оганов. – Екатеринбург: УЭМИИТ, 1993. – 56 с.

9. Блинкова С. А. Совершенствование методики расчета энергообеспеченности скоростных пассажирских перевозок на железных дорогах постоянного тока. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.22.07. — Самарский государственный университет путей сообщения. — Самара, 2015. – 120 с.

10. Гельман М. В. Преобразовательная техника: учебное пособие / М. В. Гельман, М. М. Дудкин, К. А. Преображенский. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2009. – 425 с.

11. Босий, Д. О. Методика розрахунку миттєвих схем системи тягового електропостачання для споживання постійної потужності // Електрифікація транспорту. — 2014. — № 8. — С. 15—25.

12. Bosiy, D. Calculation of the Traction Power Supply Systems Using the Functions of Resistance / D. Bosiy, E. Kosarev // Problemy Kolejnictwa. — 2015. — Issue 168. — P. 7—14.

13. Rojek A. Traction power supply in 3 kV DC system. / A. Rojek // Warshawa: KOW media&marketing Sp. Z o.o., 2012. – 250 p.

14. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – М.: Гардарики, 2006. – 701 с.

15. Основы теории цепей. Учебник для вузов / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов. – М.: «Энергия», 1975. – 752 с.

16. Почаевец Э. С. Обобщенные методы анализа режимов системы тягового электроснабжения: учебн. пособие для вузов / Э. С. Почаевец. – Днепропетровск, 1981. – 55 с.

system tyahovoho эlektrosnabzhenyya [Development of methodology for calculating traction power supply systems] / V. V. Andreev, V. A. Hrechyshnykov, Yu. N. Korol', M. V. Shevlyuhyn // Railway transp. 2014. No. p. 32.

7. Herman, L. A. Matrychnye metody rascheta systemy tyahovoho elektrosnabzhenyya [Matrix methods for calculating the traction power supply system]. Moscow.: RUSSURT, 1998. – 36 p.

8. Ter-Ohanov E. V. Prymenenye ymytatsyonnoho modelyrovanyya dlya rascheta y analyza raboty systemy elektrosnabzhenyya [The using of simulation for calculating and analyzing the operation of the power supply system]. Ekaterynburh: UEMIET, 1993. – 56 p.

9. Blynkova S. A. Sovershenstvovanye metodyky rascheta enerhoobespechennosty skorostnykh passazhyrskykh perevozok na zheleznykh dorohakh postoyannoho toka [Perfection of the methodology for calculating the energy supply of high-speed passenger transportations on the railways of direct current]. Thesis for the PhD degree: 05.22.07. – Samara, 2015. – 120 p.

10. Hel'man M. V. Preobrazovatel'naya tekhnyka: uchebnoe posobye [Conversion technology: a tutorial] / M. V. Hel'man, M. M. Dudkyn, K. A. Preobrazhenskyy. – Chelyabynsk: YuUrHU Publ., 2009. – 425 p.

11. Bosyy, D. O. Metodyka rozrakhunku myttyevykh skhem systemy tyahovoho elektropostachannya dlya spozhyvannya postiynoyi potuzhnosti [The method of calculation schemes instant traction system power consumption constant power]. Elektryfikatsiya transport - Electrification of transport, 2014, no. 8, pp. 15-25.

12. Bosiy, D. Calculation of the Traction Power Supply Systems Using the Functions of Resistance / D. Bosiy, E. Kosarev // Problemy Kolejnictwa. — 2015. — Issue 168. — P. 7—14.

13. Rojek A. Traction power supply in 3 kV DC system. / A. Rojek // Warshawa: KOW media&marketing Sp. Z o.o., 2012. – 250 s.

14. Bessonov L. A. Teoretycheskye osnovy elektrotekhnyky. Elektrycheskye tsepy [Theoretical Foundations of Electrical Engineering. Electrical circuits]. Moscow, Gardariki Publ., 2006. 701 p.

15. Osnovy teoryy tsepey. Uchebnyk dlya vuzov [Fundamentals of circuit theory. Textbook for high schools] / H. V. Zeveke, P. A. Yonkyn, A. V. Netushyl, S. V. Strakhov. – Moscow: Enerhyya Publ., 1975. – 752 p.

16. Pochaevets E. S. Obobshchennye metody analyza rezhymov systemy tyahovoho elektrosnabzhenyya: uchebn. posobye dlya vuzov [Generalized methods for analyzing the regimes of the traction power supply system: Textbook manual for high schools]. – Dnepropetrovsk, 1981. – 55 p.

В статті розглянуто питання виконання розрахунків розподіленої системи тягового електропостачання постійного струму. Математична модель такої системи передбачає розташування на міжпідстанційній зоні ряду підсилюючих пунктів з можливістю регулювання їх вихідної потужності в режимі реального часу. При моделюванні враховано вплив сусідніх фідерних зон, перерозподіл потоків потужності за рахунок паралельної роботи тягових підстанцій і підсилюючих пунктів та основну концепцію розподіленого живлення: збільшення явища впливу вирівнюючих струмів через наявність більшої кількості джерел з різною напругою

<sup>©</sup> Косарєв Є. М., 2017

на шинах. Можливість застосування прямого розрахунку електричних величин дозволяє значно спростити подальші оптимізаційні розрахунки режимів роботи систем тягового електропостачання.

Ключові слова: математична модель; метод розрахунку; постійний струм; розподілена система; підсилюючий пункт; функція опору; втрати напруги.

#### УДК 621.331.3

#### Е. Н. КОСАРЕВ (ДНУЖТ)

Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна 49010, Днепр, ул. Лазаряна, 2, тел. +38(056) 373-15-25, e-mail: kosarev@e.diit.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-3574-7414, ResearcherID: D-3107-2016, Scopus Author ID: 57188751578

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЯЕМОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ ТЯГОВОГО ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА

В статье рассмотрены вопросы выполнения расчетов распределенной системы тягового электроснабжения постоянного тока. Математическая модель такой системы предусматривает расположение на межподстанционной зоне ряда усиливающих пунктов с возможностью регулирования их выходной мощности в режиме реального времени. При моделировании учтено влияние соседних фидерных зон, перераспределение потоков мощности за счет параллельной работы тяговых подстанций и усиливающих пунктов, а также основную концепцию распределенного питания: увеличение явления влияния уравнительных токов из-за наличия большей количества источников с разным напряжением на шинах. Возможность применения прямого расчета электрических величин позволяет значительно упростить дальнейшие оптимизационные расчеты режимов работы систем тягового электроснабжения.

**Ключевые слова:** математическая модель; метод расчета; постоянный ток; распределенная система; усиливающий пункт; функция сопротивления; потери напряжения.

#### UDC 621.331.3

#### YE. M. KOSARIEV (DNURT)

Dnipropetrovsk national University of railway transport named after acad. V. Lazaryan, 49010, Dnipro, 2 Lazaryana str., tel. +38(056)373-15-25, e-mail: kosarev@e.diit.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-3574-7414, ResearcherID: D-3107-2016, Scopus Author ID: 57188751578

# MATHEMATICAL MODEL OF THE CONTROLLED DISTRIBUTED DC POWER SUPPLY SYSTEM

The article contains issues of performing the calculations for a distributed DC traction power supply system. The mathematical model of such system provides a number of boost points on intersubstation zone with the possibility of regulating their output power in real time. During the modeling was taken into account the influence of adjacent feeder zones, the redistribution of power flows due to the parallel operation of traction substations and boost points, as well as the basic concept of distributed power supply: increasing the phenomenon effect of equalizing currents due to a larger number of sources with different voltages on the buses. The possibility of applying a direct calculation of electrical quantities makes it possible significantly simplify further optimization calculations of the operation modes of traction power supply systems.

**Keywords:** mathematical model; calculation method; direct current; distributed system; boost point; resistance function; voltage drops.

Received 13.10.2017; accepted in revised form 11.12.2017.

<sup>©</sup> Косарєв Є. М., 2017