

Ю. Л. САЕНКО (ГВУЗ «ПГТУ»), Т. К. БАРАНЕНКО (ГВУЗ «ПГТУ»),  
И. Ю. САЕНКО (ГВУЗ «ПГТУ»)

Кафедра Электрификации промышленных предприятий, ГВУЗ «Приазовский государственный технический университет», Украина, 87500, г. Мариуполь, ул. Университетская, 7, тел.: (0629) 44-65-88, (0629) 44-65-51, эл. почта: [ysayenko@gmail.com](mailto:ysayenko@gmail.com), [tbaranenko@gmail.com](mailto:tbaranenko@gmail.com), [ivansayenko@gmail.com](mailto:ivansayenko@gmail.com), ORCID: [orcid.org/0000-0001-9729-4700](http://orcid.org/0000-0001-9729-4700), [orcid.org/0000-0002-9436-8484](http://orcid.org/0000-0002-9436-8484), [orcid.org/0000-0001-7708-5960](http://orcid.org/0000-0001-7708-5960)

## ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНО-КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПОТЕРЬ ПРИ НАЛИЧИИ ВЫСШИХ ГАРМОНИК И ИНТЕРГАРМОНИК

### Введение

Решение вопросов энергосбережения и повышения энергоэффективности в современных условиях невозможно без анализа структуры потерь электроэнергии в системах электропитания. Безусловно, главным фактором, влияющим на величину потерь электроэнергии, являются перетоки активной и реактивной мощностей. Одним из ключевых решений по снижению потерь активной энергии в элементах электрических систем является компенсация реактивной мощности [1]. Эта задача достаточно просто решается снижением величины реактивной мощности путем ее компенсации в случае, когда потребители электроэнергии представляют собой линейные неизменяющиеся или мало изменяющиеся нагрузки.

В системах электропитания современных промышленных предприятий присутствует достаточно большая доля нелинейных и резкопеременных нагрузок, таких как сварочные установки, дуговые печи, электропривод постоянного и переменного тока и многих др.

При работе резкопеременных нагрузок и нагрузок, получающих питание от преобразователей частоты, в амплитудном спектре сетевого тока наряду с высшими гармониками присутствует существенный спектр интергармоник. Изменения огибающей тока, а также несинусоидальность токов и напряжений являются причинами возникновения дополнительных потерь мощности и электроэнергии в элементах электрических сетей [2].

### Постановка задачи

Как правило, изменения тока нагрузки представляют собой случайный процесс, при этом происходит амплитудная модуляция кривых мгновенных токов. В этом случае даже при линейном характере нагрузки в спектре токов возникают интергармоники. В зависимости от

параметров случайного процесса изменения нагрузки спектральный состав тока может быть как дискретным, так и непрерывным. Одним из наиболее широко используемых методов анализа несинусоидальности является разложение в ряд Фурье. Однако применение этого метода при наличии интергармоник некорректно из-за непериодического характера изменений кривых тока и напряжения. В связи с этим, для анализа интергармоник целесообразно использовать спектрально-корреляционную теорию стационарных случайных процессов. В пользу применения данной теории также говорит тот факт, что для большинства резкопеременных нелинейных нагрузок известны характеристики их корреляционных функций [3].

### Решение задачи оценки потерь при наличии высших гармоник и интергармоник

Рассмотрим вопрос оценки потерь в электрических сетях с резкопеременными и нелинейными нагрузками на основе спектрально-корреляционной теории случайных процессов.

Мгновенный ток нелинейной нагрузки в общем случае может быть представлен разложением в ряд Фурье

$$i(t) = \sum_{v=1}^{\infty} I_{mv} \sin(v\omega_0 t + \varphi_v), \quad (1)$$

где  $I_{mv}$  – постоянные амплитуды;  $\omega_0$  – угловая частота;  $\varphi_v$  – начальные фазы токов гармоник.

Как было отмечено выше, огибающая тока резкопеременных нагрузок представляет собой случайный процесс, который может быть представлен в виде

$$I(t) = [\xi(t) + 1]m_I, \quad (2)$$

где  $\xi(t)$  – центрированный стационарный случайный процесс с нулевым математическим

ожиданием;  $m_I$  – математическое ожидание тока нагрузки.

В общем случае, если резкопеременная нагрузка одновременно является нелинейной, кривая сетевого тока может быть представлена в виде амплитудно-модулированного колебания со случайным законом изменения амплитуды и начальной фазы

$$i(t) = [\xi(t) + 1] \sum_{v=1}^{\infty} I_{mv} \sin(v\omega_0 t + \varphi_v). \quad (3)$$

Одной из важнейших характеристик случайного процесса изменения нагрузки с точки зрения определения потерь является корреляционная функция. Многочисленные исследования графиков электрических нагрузок свидетельствуют, что случайный процесс  $\xi(t)$  имеет экспоненциально-косинусную корреляционную функцию (КФ).

Найдем КФ случайного процесса тока нелинейной нагрузки  $K_i(\tau)$ , при условии, что начальные фазы  $\varphi_v$  представляют собой взаимно независимые случайные величины, равномерно распределенные на интервале  $(-\pi; \pi)$ .

По определению, КФ стационарного случайного процесса

$$K_i(\tau) = M[i(t)i(t + \tau)] - m_i^2, \quad (4)$$

где  $m_i$  – математическое ожидание тока нагрузки (3).

Поскольку

$$m_i = M[i(t)] = \sum_{v=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} I_{mv}(t) \sin(v\omega_0 t + \varphi_v) p(\varphi_v) d\varphi_v = 0,$$

где  $p(\varphi_v) = \frac{1}{2\pi}$  – плотность распределения вероятностей при равномерном законе распределения, то

$$K_i(\tau) = M[i(t)i(t + \tau)] = \left[ \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{v=1}^{\infty} I_{mv} \sin(v\omega_0 t + \varphi_v) \times \sum_{v=1}^{\infty} I_{mv} \sin(v\omega_0 t + v\omega_0 \tau + \varphi_v) p_1(\varphi_v) d\varphi_v \right] \times [K_{\xi}(\tau) + 1].$$

После несложных преобразований получим

$$K_i(\tau) = [K_{\xi}(\tau) + 1] \sum_{v=1}^{\infty} D_v \cos v\omega_0 \tau, \quad (5)$$

где  $D_v$  – дисперсия  $v$ -й гармоники;

$$D_v = \frac{I_{mv}^2}{2}.$$

Согласно [4] стационарный случайный процесс с необходимой для инженерной практики точностью можно представить своим каноническим разложением. Каноническое разложение центрированного стационарного случайного процесса имеет вид [4]

$$\xi(t) = \sum_{k=0}^{\infty} (V_k \cos \omega_k t + U_k \sin \omega_k t) \quad (6)$$

где  $V_k$  и  $U_k$  – случайные величины с дисперсиями  $D_k$ ;  $\omega_k$  – неслучайная величина.

Каноническое разложение КФ случайного процесса (6) [4]

$$K_{\xi}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} D_k \cos \omega_k \tau \quad (7)$$

где  $\omega_k = k\omega_1$ ,  $\omega_1 = \Delta\omega = 2\pi/(2T) = \pi/T$ ;  $T$  – промежуток времени, на котором задан случайный процесс.

$$D_k = \frac{2}{T} \int_0^T K_{\xi}(\tau) \cos \omega_k \tau d\tau, \quad D_0 = \frac{1}{T} \int_0^T K_{\xi}(\tau) d\tau$$

Значения  $D_k$  и набор различных частот  $\omega_k$  зависят от конкретного вида КФ  $K_{\xi}(\tau)$  [4]. Подставляя (7) в (5) после несложных преобразований получим

$$K_i(\tau) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{D_k D_v}{2} \left[ \cos(v\omega_0 - \omega_k)\tau + \cos(v\omega_0 + \omega_k)\tau \right] + [D_0 + 1] \sum_{v=1}^{\infty} D_v \cos v\omega_0 \tau. \quad (8)$$

Выражение (8) представляет собой каноническое разложение амплитудно-модулированного колебания (3). Первое слагаемое в выражении (8) позволяет найти дисперсии интергармоник с частотами  $(v\omega_0 \pm \omega_k)$ , второе слагаемое – дисперсии  $v$ -ых гармоник амплитудно-модулированного колебания (3).

Анализ второго слагаемого выражения (8) показывает, что при модуляции периодического несинусоидального процесса случайным процессом  $\xi(t)$  происходит изменение амплитуд (дисперсий)  $v$ -ых гармоник на величину, пропорциональную постоянной составляющей, присутствующей в случайном процессе  $\xi(t)$  (что практически всегда имеет место для реальных случайных процессов изменения нагрузки).

Поскольку потери мощности пропорциональны квадрату тока, целесообразно перейти от корреляционной функции (5) к дисперсии тока нагрузки

$$D_i = K_i(0) = [D_\xi + 1] \sum_{v=1}^{\infty} \frac{I_{mv}^2}{2} = [D_\xi + 1] I^2, \quad (9)$$

где  $D_\xi$  – дисперсия модулирующего случайного процесса  $\xi(t)$ ;  $I$  – действующее значение тока нагрузки при отсутствии модуляции.

В этом случае потери активной мощности в элементе с сопротивлением  $R$  могут быть определены как

$$\Delta P = 3D_i R = 3I^2 R + 3I^2 D_\xi R = \Delta P_1 + \Delta P_2, \quad (10)$$

где  $\Delta P_1 = 3I^2 R$  – составляющая потеря на частотах основной и высших гармоник;  $\Delta P_2 = 3I^2 D_\xi R$  – дополнительная составляющая потеря, обусловленная случайными изменениями кривой тока.

Выражение (10) записано без учета явления поверхностного эффекта. В случае, когда поверхностным эффектом пренебречь нельзя, это выражение примет вид

$$\Delta P = 3[D_\xi + 1] \sum_{v=1}^{\infty} \frac{I_{mv}^2}{2} R_v = 3[D_\xi + 1] R \sum_{v=1}^{\infty} \frac{I_{mv}^2}{2} \sqrt{v}. \quad (11)$$

Выражение (11) позволяет учесть потери, связанные с наличием непрерывного спектра интергармоник, вызванного случайными изменениями

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Y. Sayenko. Compensation of reactive power in electrical supply systems of large industrial enterprises / Y. Sayenko, T. Baranenko, D. Kalyuzhniy // Przegląd elektrotechniczny. – 2015. – N 11. – P. 77-80.

нениями огибающей тока, а также потери, возникающие на частотах основной и высших гармоник. При наличии в кривой тока дискретного спектра интергармоник, что характерно, например, для работы преобразователей частоты, формулу (11) следует представить в следующем виде

$$\Delta P = 3[D_\xi + 1] R \sum_{k=1}^N I_{v_k}^2 \sqrt{m}, \quad (12)$$

где  $k$  – порядковый номер гармонической составляющей тока;  $v_k$  – относительная частота  $k$ -й гармонической составляющей (значение  $v_k$  при каком-то  $k$  будет совпадать с относительной частотой канонической гармоники);  $I_{v_k}$  – действующее значение тока  $v_k$ -й гармоники;  $N$  – номер последней учитываемой гармоники;  $m$  – коэффициент, учитывающий явление поверхностного эффекта,

$$m = \begin{cases} 1 & \text{при } v_k < 1; \\ v_k & \text{при } v_k > 1. \end{cases}$$

В выражении (12) число  $N$  должно определяться диапазоном частот, где гармоники имеют наиболее значимые амплитуды. В общем случае значения  $N$  и будут зависеть от источника интергармоник.

#### Выводы

1. Применение спектрально-корреляционной теории случайных процессов позволяет выполнить оценку дополнительных потерь в электрических сетях с резкопеременными и нелинейными нагрузками.

2. Характер нагрузки и, как следствие, характер амплитудного спектра кривой тока оказывает существенное влияние на уровень несинусоидальности и соответственно дополнительных потерь.

3. Представленный подход к оценке дополнительных потерь позволит решать задачи энергоэффективности электроэнергетических объектов как на стадии эксплуатации, так и на стадии проектирования на основе известных числовых характеристик случайных процессов изменений токов характерных нагрузок.

#### REFERENCES

1. Y. Sayenko, T. Baranenko, D. Kalyuzhniy. Compensation of reactive power in electrical supply systems of large industrial enterprises, Przegląd elektrotechniczny, 2015, N 11, p. 77-80.

© Саєнко Ю. Л. та ін., 2017

2. Жежеленко И. В. Дополнительные потери, обусловленные генерированием интергармоник / И. В. Жежеленко, Ю. Л. Саенко, Т. К. Бараненко // Сб. докл. IX Российской науч.-техн. конф. по электромагнитной совместимости технических средств и электромагнитной безопасности. – Санкт-Петербург, 2006. – С. 521-524.

3. Жежеленко И. В. Вероятностный подход к анализу интергармоник в системах электроснабжения промышленных предприятий / И. В. Жежеленко, Ю. Л. Саенко, Т. К. Бараненко // IV Міжнародна наукова конференція “Ефективність і якість електропостачання промислових підприємств”: Збірник праць. – Маріуполь, 2000. – С. 33-36.

4. Вентцель Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров – Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2000. – 383 с.

2. Zhezhelenko I. V., Sayenko Yu. L., Baranenko T. K. *Dopolnitel'nye poteri, obuslovlennyye generirovaniem intergarmonik* [Additional losses due to the generation of interharmonics]. *Sb. dokl. IX Rossijskoj nauch.-tehn. konf. po jelektro-magnitnoj sovместимости tehнических sredstv i jelektromagnitnoj bezopasnosti*, Sankt-Peterburg, 2006, pp. 521-524.

3. Zhezhelenko I. V., Sayenko Yu. L., Baranenko T. K. *Verojatnostnyj podhod k analizu intergarmonik v sistemah jelektrosnabzhenija promyshlennyh predpriyatij* [Probabilistic approach to the analysis of interharmonics in industrial power supply system's], *IV Mizhnarodna naukova konferencija "Efektivnist' i jakist' elektropostachannja promislovih pidpriemstv"* [Efficiency and power quality of electrical supply of industrial enterprises]: *Zbirnik prac'*, Mariupol', 2000, pp. 33-36.

4. Ventcel' E. S., Ovcharov L. A. *Teorija sluchajnyh processov i ee inzhenernye prilozhenija* [Theory of random processes and its engineering applications], *Ucheb. posobie dlja vtuzov*, Moscow, «Vyssh. shk.», 2000, 383 p.

Поступила в печать 22.05.2017.

Внутренний рецензент Босый Д.А.

Внешний рецензент Денисюк С.П.

Одним из негативных последствий несинусоидальных режимов является возникновение дополнительных потерь мощности и электроэнергии в элементах электрических сетей. Традиционно в этом случае определяются дополнительные потери, вызванные высшими гармониками тока. Однако при работе ряда резкопеременных нагрузок, а также нагрузок, получающих питание от преобразователей частоты, доля которых в системах электроснабжения постоянно растет, в кривых токов наряду с высшими гармониками возникает существенный спектр интергармоник. Таким образом, возникает задача оценки дополнительных потерь на частотах интергармоник. На сегодняшний день вопрос оценки дополнительных потерь, связанных с генерированием интергармоник является малоисследованным ввиду сложности математического аппарата, позволяющего учесть наличие интергармоник.

Проведенные исследования показали, что применение спектрально-корреляционной теории случайных процессов позволяет решить инженерную задачу оценки дополнительных потерь в системах электроснабжения. Преимуществом такого подхода является возможность оценки дополнительных потерь как на стадии эксплуатации, так и на стадии проектирования.

**Ключевые слова:** несинусоидальность; интергармоники; дополнительные потери; амплитудная модуляция; спектрально-корреляционная теория; поверхностный эффект.

## УДК 621.31

Ю. Л. САЕНКО (ДВНЗ «ПДТУ»), Т. К. БАРАНЕНКО (ДВНЗ «ПДТУ»),  
І. Ю. САЕНКО (ДВНЗ «ПДТУ»)

Кафедра Електрифікації промислових підприємств, ДВНЗ «Приазовський державний технічний університет», Україна, 87500, м Маріуполь, вул. Університетська, 7, тел. : (0629) 44-65-88, (0629) 44-65-51, ел. пошта: [ysayenko@gmail.com](mailto:ysayenko@gmail.com), [tbaranenko@gmail.com](mailto:tbaranenko@gmail.com), [ivansayenko@gmail.com](mailto:ivansayenko@gmail.com), ORCID: [orcid.org/0000-0001-9729-4700](http://orcid.org/0000-0001-9729-4700), [orcid.org/0000-0002-9436-8484](http://orcid.org/0000-0002-9436-8484), [orcid.org/0000-0001-7708-5960](http://orcid.org/0000-0001-7708-5960)

## ЗАСТОСУВАННЯ СПЕКТРАЛЬНО-КОРЕЛЯЦІЙНОЇ ТЕОРІЇ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ ДЛЯ ОЦІНКИ ВТРАТ ЗА НАЯВНОСТІ ВИЩИХ ГАРМОНІК ТА ІНТЕРГАРМОНІК

Одним з негативних наслідків несинусоїдних режимів є виникнення додаткових втрат потужності та електроенергії в елементах електричних мереж. Традиційно в цьому випадку визначаються додаткові втрати, викликані вищими гармоніками струму. Однак при роботі низки різкозмінних навантажень, а також навантажень, які отримують живлення від перетворювачів частоти, частка яких в системах електропостачання стає дедалі більше, в кривих струмів поряд з вищими гармоніками виникає істотний спектр інтергармонік. Таким чином, виникає задача оцінки додаткових втрат на частотах інтергармонік. На сьогоднішній день питання оцінки додаткових втрат, пов'язаних з генеруванням інтергармонік є малодослідженим зважаючи на складність математичного апарату, що дозволяє врахувати наявність інтергармонік.

© Саенко Ю. Л. та ін., 2017

Проведені дослідження показали, що застосування спектрально-кореляційної теорії випадкових процесів дозволяє вирішити інженерну задачу оцінки додаткових втрат в системах електропостачання. Перевагою такого підходу є можливість оцінки додаткових втрат як на стадії експлуатації, так і на стадії проектування.

**Ключові слова:** несинусоїдність; інтергармоніки; додаткові втрати; амплітудна модуляція; спектрально-кореляційна теорія; поверхневий ефект.

Внутрішній рецензент Босий Д.О.

Зовнішній рецензент Денисюк С.П.

## UDC 621.31

Yu. L. SAYENKO (SHEI «PSTU»), T. K. BARANENKO (SHEI «PSTU»),  
I. Yu. SAYENKO (SHEI «PSTU»)

Department of Industrial Electrical Power Supply, SHEI «Pryazovsky State Technical University», Ukraine, 87500, Mariupol, ul. Universytets'ka, 7, tel.: (0629) 44-65-88, (0629) 44-65-51, e-mail: [ysayenko@gmail.com](mailto:ysayenko@gmail.com), [tbaranenko@gmail.com](mailto:tbaranenko@gmail.com), [ivansayenko@gmail.com](mailto:ivansayenko@gmail.com), ORCID: [orcid.org/0000-0001-9729-4700](http://orcid.org/0000-0001-9729-4700), [orcid.org/0000-0002-9436-8484](http://orcid.org/0000-0002-9436-8484), [orcid.org/0000-0001-7708-5960](http://orcid.org/0000-0001-7708-5960)

## THE SPECTRAL CORRELATION THEORY APPLICATION OF RANDOM PROCESSES FOR ESTIMATION OF POWER LOSSES INVOLVING HIGHER HARMONIC AND INTERGARMONIC

One of the negative consequences of non-sinusoidal regimes is the occurrence of additional power losses in the elements of electrical networks. Traditionally, in this case, additional losses caused by higher harmonics of the current are determined. A significant spectrum of interharmonics appears along with higher harmonics in the currents in case of a number of rapid varying loads, as well as loads receiving power from frequency converters.

Thus, the problem of estimating the additional power losses at the frequencies of the interharmonics arises. Today, the estimating the additional power losses associated with the generation of interharmonics is insufficiently studied due to the complexity of the mathematical apparatus that take into account the presence of interharmonics.

The researches conducted have shown that application of the spectrally-correlation theory of random processes allows solving the engineering problem of estimating additional power losses in power supply systems. The advantage of this approach is the possibility of estimating additional power losses both at the operational stage and at the design stage.

**Keywords:** nonsinusoidality; interharmonics; additional losses; amplitude modulation; spectral-correlation theory; surface effect.

Internal reviewer Bosyi D. O.

External reviewer Denisjuk S.P.