

UDC 621.331.3

M. DUDZIK (PK), I. CHRABĄSZCZ (PK), A. JAGIEŁŁO (PK), J. PRUSAK (PK), V. HUDYM (PK)

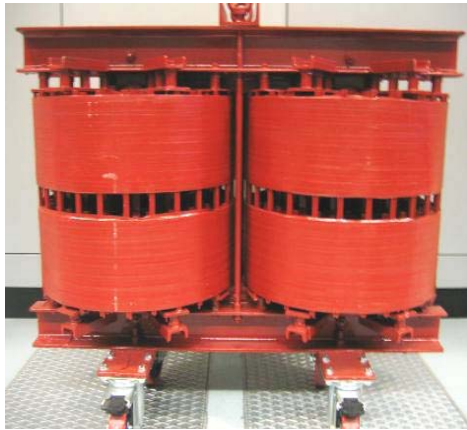
Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej e-mail: pejajiel@cyf-kr.edu.pl, jprusak@usk.pk.edu.pl, gudymvi@ukr.net

ANALIZA BŁĘDÓW POMIAROWYCH PRZY OKREŚLANIU PARAMETRÓW WIELOWROTNIKOWEGO SCHEMATU ZASTĘPCZEGO TRANSFORMATORA TRAKCYJNEGO

1. Wstęp

Transformatory wielouzwojeniowe stanowią istotną gałąź w zastosowaniach przemysłowych. Wykorzystywane są np. w branżach związanych z transportem elektrycznym, jak również w energetyce przy przesyłaniu i rozdziale energii elektrycznej.

W transporcie elektrycznym w krajach takich jak Niemcy, Szwajcaria, Francja a także Hiszpania, gdzie występuje system zasilania trakcji elektrycznej prądu przemiennego, transformatory te znajdują zastosowanie w układach napędowych pojazdów trakcyjnych [10][12]. Najczęściej dla wymienionych zastosowań są to jednostki jednofazowe, projektowane w taki sposób aby umożliwiły pracę układów napędowych pojazdów trakcyjnych dla różnych typów systemów zasilania (25kV/50Hz, 15kV/16,7Hz, 3000V/DC). Przykładowy transformator tego typu przedstawia poniższa ilustracja (Rys 1.1) [2].



Rys. 1.1. Wielouzwojeniowy, jednofazowy transformator trakcyjny [2]

Zazwyczaj transformatory trakcyjne posiadają kilka rodzajów uzwojeń [5][2], które (każde spośród danego rodzaju) są umiejscowione w cylindrycznej zewnętrznej przestrzeni, tworzącej kontur zamknięty na kolumnie pionowej transformatora (uzwojenia współśrodkowe [5]). Najczęściej spotykanymi uzwojeniami są:

- Uzwojenia wysokiego napięcia (High-voltage windings). Są one przedstawicielami uzwojeń strony pierwotnej transformatora. Zazwyczaj uzwojenia te projektowane są w taki sposób aby mogły pracować dla co najmniej dwóch różnych systemów zasilania prądu przemiennego. Przykładowo w Europie 15kV/16,7Hz, 25kV/50Hz, natomiast w USA ze względu na występujące systemy można spotkać się z projektami uzwojeń 11kV/25Hz i 20kV/60Hz [13].
- Uzwojenia trakcyjne (Traction windings). Należą do grupy uzwojeń strony wtórnej transformatora. Stanowią one źródło zasilania dla przekształtników statycznych w lokomotywie.
- Uzwojenia pomocnicze (Auxiliary windings). Są to również uzwojenia strony wtórnej transformatora, które znajdują zastosowanie głównie w celach zasilania obwodów oświetlenia, ogrzewania itp.

Często spotykanym rodzajem uzwojeń są także uzwojenia Filtru (Filter winding). Przy czym należy zaznaczyć, że najczęściej wszystkie uzwojenia strony wtórnej (za wyjątkiem wspomnianych wyżej uzwojeń Filtru) przedstawianego typu transformatorów, z uwagi na wielosystemową możliwość pracy obiektu, są dzielone na części w związku z koniecznością otrzymania zbliżonego poziomu napięć wyjściowych transformatora.

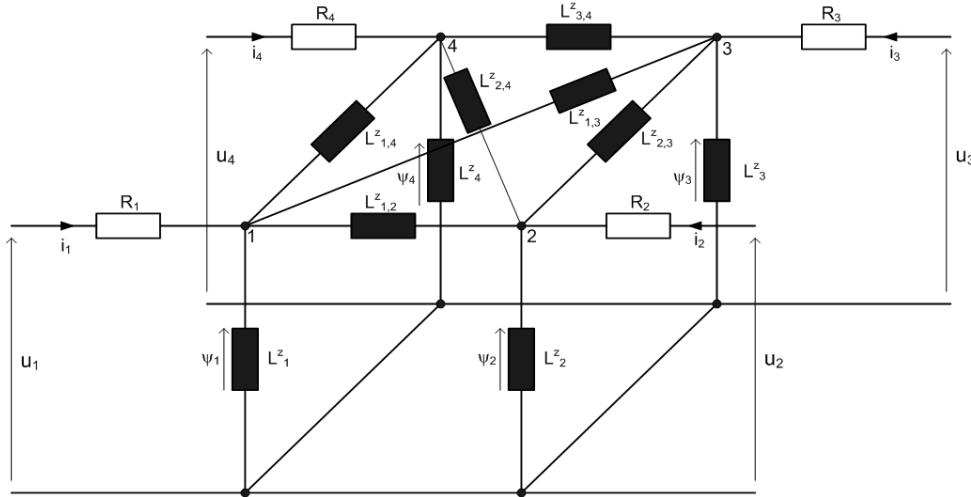
2. Schemat zastępczy transformatora wielouzwojeniowego

Gdy liczba uzwojeń transformatora jest mniejsza od czterech można go przedstawić schematem zastępczym, który posiada jedną wspólną gałąź poprzeczną. Wówczas identyfikacja elementów schematu zastępczego opisywanego obiektu, z punktu widzenia teorii obwodów elektrycznych jest obwodową reprezentacją dwóch magnetycznie sprzężonych cewek [12]. W przypadku, gdy liczba uzwojeń transformatora jest większa niż trzy, tego typu reprezentacja w schemacie zastępczym jest

niemożliwa. W związku z tym identyfikacja elementów macierzy badanego transformatora wielouzwojeniowego staje się trochę bardziej złożona. Wtedy narzędziem umożliwiającym inżynierom zamodelowanie takiego urządzenia zazwyczaj jest metoda elementów skończonych MES (FEM) lub idea polegająca na wykorzystaniu indukcyjno - rezystancyjnego wielowrotnikowego schematu zastępczego, dzięki

któremu istnieje możliwość jednoznacznej reprezentacji układu magnetycznie sprzężonych cewek.

Wspomniany wyżej schemat wielowrotnikowy przez wzgląd na jego zastosowanie został nazwany wielowrotnikowym schematem zastępczym transformatora. Przykładowy schemat zastępczy dla transformatora czterouzwojeniowego przedstawia rysunek 2.1.



Rys. 2.1. Wielowrotnikowy schemat zastępczy transformatora czterouzwojeniowego

Elementy powyższego schematu można podzielić na trzy grupy.

- 1) Rezystancje poszczególnych uzwojeń („ R_i ”) znajdujące się w gałęziach podłużnych, do których przypisane są poszczególne węzły (Rys 2.1 cyfry 1,2,3,4).
- 2) Indukcyjności gałęzi podłużnych („ L^z_{ij} ”).
- 3) Indukcyjności gałęzi poprzecznych („ L^z_i ”).

W niniejszej pracy zostało opisane znaczenie miar wielkości elementów grupy drugiej prezentowanego wielowrotnikowego schematu zastępczego transformatora. Zaprezentowany również został ich wpływ na miarę błędu względnego procentowego, związanego ze stosowanym uproszczeniem pominięcia elementów znajdujących się w gałęziach podłużnych, nie sąsiadujących z węzłem do którego zostało przyłożone napięcie zasilania, przy zwartych pozostałych portach schematu. Jednocześnie założono, że przez pominięte elementy płynie prąd elektryczny.

3. Metody identyfikacji elementów znajdujących się w gałęziach podłużnych wielowrotnikowego schematu zastępczego transformatora wielouzwojeniowego

Dotychczasowa identyfikacja elementów grupy drugiej wielowrotnikowego schematu zastępczego przy wykorzystaniu wyników pomiarów transformatora w stanie zwarcia, oparta jest o

założenia, dzięki którym można zaniedbać elementy gałęzi poprzecznej, jak również elementy znajdujące się w gałęzi podłużnej nie sąsiadujące bezpośrednio z węzłem, do którego zostało przyłączone napięcie zasilania. Zaniedbanie elementów grupy trzeciej w stanie zwarcia w rzeczywistości nie powinno wpłynąć znacząco na dokładność pomiarów. Ponieważ jak wiadomo w tym stanie prądy płynące w gałęziach podłużnych są wielokrotnie większe od prądów płynących w gałęziach poprzecznych. W dodatku moc pobierana przez transformator w stanie zwarcia, przy zasilaniu napięciem zwarcia, jest praktycznie równa mocy strat w miedzi w warunkach znamionowych, co implikuje pomijalne straty w rdzeniu [1].

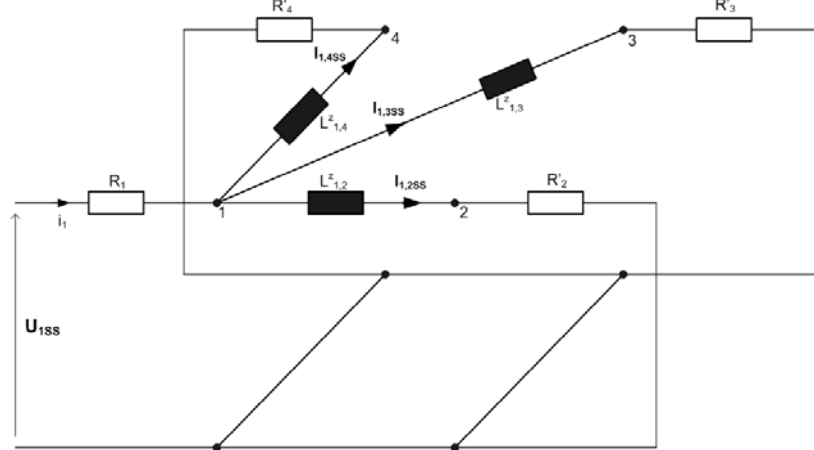
Jednak założenie dotyczące zaniedbania powyższych wspomnianych elementów znajdujących się w gałęziach podłużnych niesie za sobą szereg konsekwencji, które jak się okazuje mogą wpłynąć znacząco na dokładność obliczenia wszystkich elementów grupy drugiej schematu wielowrotnikowego. Co za tym idzie oddalenie modelu matematycznego transformatora od jego rzeczywistego odpowiednika. Jednak pominięcie właśnie tych elementów wpływa zdecydowanie na prostotę identyfikacji poszczególnych wielkości elementów L^z_{ij} (Rys. 1.1), co w znacznym stopniu przyczynia się do powszechnego jej stosowania w praktyce inżynierskiej.

Schemat dotychczas stosowanego wielowrotnikowego schematu zastępczego transformatora w stanie zwarcia budowano przy powszechnie przyjmowanych założeniach:

1. Prądy płynące wewnątrz gałęzi podłużnych są wielokrotnie większe od prądów płynących w gałęziach poprzecznych, w konsekwencji czego wpływ ich na wartości otrzymanych wyników jest pomijalny.

2. Różnica pomiędzy potencjałami zwartych portów transformatora jest wystarczająco nieduża by można było ją pominąć (Rys. 3.2 numery 2, 3, 4). Skutkiem czego jest identyczność stosunku wartości energii do ładunku wspomnianych węzłów, w wielowrotnikowym schemacie zastępczym transformowana.

ilustruje poniższy rysunek (Rys. 3.2).



Rys. 3.1. Schemat wielowrotnikowy transformatora czterouzwojeniowego w stanie zwarcia, zasilonego napięciem zwarcia, przy pominięciu wpływu elementów gałęzi poprzecznych i elementów gałęzi podłużnych nie sąsiadujących z węzłem zasilania

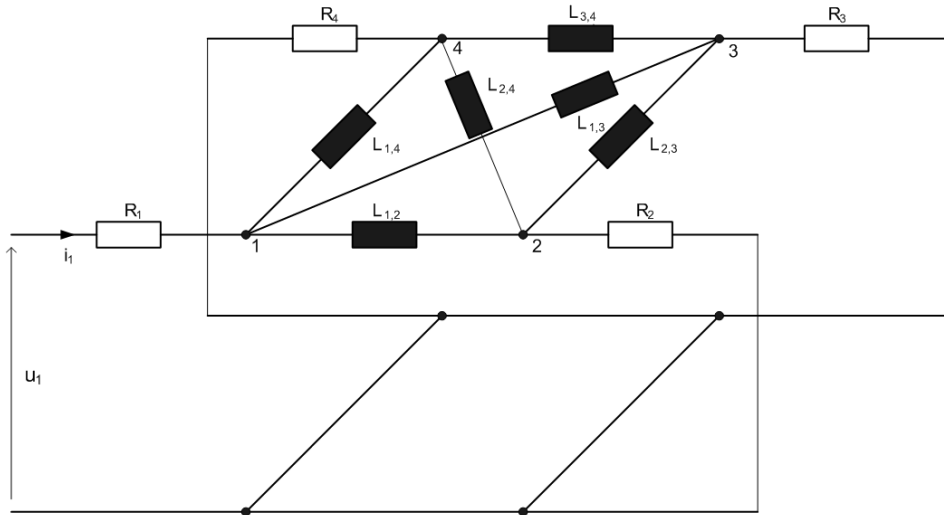
4. Miary błędów wynikające z założenia identyczności potencjałów węzłów nie sąsiadujących bezpośrednio z węzłem, do którego zostało przyłączone napięcie zasilania w stanie zwarcia.

Zaniedbania wpływu jak również pominięcie określonych elementów w schematach zastępczych, zwiększają różnice pomiędzy modelami układów badanych a ich odpowiednikami rzeczywistymi. Zazwyczaj takie operacje są celowe, gdyż upraszczają modele zastępcze oraz schematy do tego stopnia, że identyfikacja wszystkich ich elementów nie stanowi większego kłopotu. Dzięki tym uproszczeniom wszelkie zadania dotyczące obliczeń inżynierskich mogą być wykonywane sprawniej, jednak każda tego typu operacja upraszczająca niesie za sobą swoistego rodzaju miarę błędu.

W przypadku gdy miara wspomnianego błędu jest wielkością na tyle dużą, że istota pomijanego poprzez zastosowane uproszczenie zjawiska zmienia się w sposób znaczący względem wybranego kryterium porównawczego, wtedy stosowanie założeń związanych z danym uproszczeniem ze względu na małą dokładność otrzymanego rozwiązania nie ma sensu. Powyższe stwierdzenie implikuje tezę, że pominięcie jakichkolwiek elementów schematów,

modeli fizycznych i matematycznych, czy też zmniejszenie znaczenia odpowiadających im wielkości w obliczeniach inżynierskich, może doprowadzić do zbyt dużych odstępstw fizycznych i analitycznych modeli obiektów od modelowanego obiektu rzeczywistego. W związku z tym wszelkie przyjmowane założenia powinny mieć podstawę fizyczną potwierdzoną następnie w praktyce.

Porównując schematy z rys. 2.1 i rys. 3.1., łatwo zauważyć, że różnica między nimi zachodzi w braku elementów gałęzi poprzecznej, których uzasadnienie pominięcia zostało już wcześniej wyjaśnione. Schematy różnią się również ilością gałęzi podłużnych. Związane jest to z założeniem dotyczącym pominięcia indukcyjności znajdujących się w tych gałęziach, które nie sąsiadują bezpośrednio z węzłem, do którego zostało przyłączone napięcie zasilania. Nasuwa się pytanie, czy powyżej wspomniane ostatnie z założeń w stanie zwarcia, nie stanowi zbyt wielkiego uproszczenia dla niektórych przypadków? Aby się o tym przekonać należy dokonać oceny konsekwencji pominięcia wpływu tych elementów. Schemat zastępczy przy braku badanego przez nas założenia drugiego, przykładowego transformatora czterouzwojeniowego został przedstawiony poniżej.



Rys. 4.1. Schemat wielowrotkowy transformatora czterouzwojeniowego w stanie zwarcia, zasilonego napięciem zwarcia przy pominięciu wpływu elementów gałęzi poprzecznych [2]

Sprawdzając indukcyjności znajdujące się w gałęziach podłużnych powyższego schematu do ich odpowiedników zastępczych [6] związanych kolejno z węzłami 1,2; 1,3; 1,4 (równania 4.1, 4.2, 4.3). Następnie obliczając zgodnie ze wzorem 4.4 błąd

względny procentowy [4], możemy ocenić miarę procentową oddalenia się od siebie wielkości elementów porównywanych w zależności od wartości indukcyjności pominiętych w schemacie zastępczym z rysunku 2.2.

$$L_{1,2Z} = \frac{L_{1,2}[L_{2,3}L_{2,4}(L_{1,3} + L_{1,4} + L_{3,4})^2 + (L_{1,3} + L_{1,4} + L_{3,4})L_{1,3}L_{1,4}(L_{2,3} + L_{2,4})}{(L_{1,3} + L_{1,4} + L_{3,4})^2[L_{1,2}(L_{2,3} + L_{2,4}) + L_{2,3}L_{2,4}] + (L_{1,3} + L_{1,4} + L_{3,4})[L_{1,2}L_{3,4}(L_{1,3} + L_{1,4}) + L_{1,3}L_{3,4}L_{2,4} + L_{1,4}L_{3,4}L_{2,3}] + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}(L_{1,3} + L_{1,4}) + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}^2} + L_{1,3}L_{3,4}L_{2,4} + L_{1,4}L_{3,4}L_{2,3} + L_{1,3}L_{1,4}(L_{2,3} + L_{2,4}) + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}^2 + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}(L_{1,3} + L_{1,4})} \quad (4.1)$$

$$L_{1,3Z} = \frac{L_{1,3}[L_{3,4}L_{2,3}(L_{1,4} + L_{1,2} + L_{2,4})^2 + (L_{1,4} + L_{1,2} + L_{2,4})L_{1,4}L_{1,2}(L_{3,4} + L_{2,3})}{(L_{1,4} + L_{1,2} + L_{2,4})^2[L_{1,3}(L_{3,4} + L_{2,3}) + L_{3,4}L_{2,3}] + (L_{1,4} + L_{1,2} + L_{2,4})[L_{1,3}L_{2,4}(L_{1,4} + L_{1,2}) + L_{1,4}L_{2,4}L_{2,3} + L_{1,2}L_{2,4}L_{3,4}] + L_{1,4}L_{1,2}L_{2,4}(L_{1,4} + L_{1,2}) + L_{1,4}L_{1,2}L_{2,4}^2} + L_{1,4}L_{2,4}L_{2,3} + L_{1,2}L_{2,4}L_{3,4} + L_{1,4}L_{1,2}(L_{3,4} + L_{2,3}) + L_{1,4}L_{1,2}L_{2,4}(L_{1,4} + L_{1,2}) + L_{1,4}L_{1,2}L_{2,4}^2} \quad (4.2)$$

$$L_{1,4Z} = \frac{L_{1,4}[L_{3,4}L_{2,4}(L_{1,3} + L_{1,2} + L_{2,3})^2 + (L_{1,3} + L_{1,2} + L_{2,3})L_{1,3}L_{1,2}(L_{3,4} + L_{2,4}) + L_{1,3}L_{2,3}L_{2,4}]{(L_{1,3} + L_{1,2} + L_{2,3})^2[L_{1,4}(L_{3,4} + L_{2,4}) + L_{3,4}L_{2,4}] + (L_{1,3} + L_{1,2} + L_{2,3})[L_{1,4}L_{2,3}(L_{1,3} + L_{1,2}) + L_{1,2}L_{2,3}L_{3,4}] + L_{1,3}L_{1,2}L_{2,3}(L_{1,3} + L_{1,2}) + L_{1,3}L_{1,2}L_{2,3}^2} + L_{1,3}L_{2,3}L_{2,4} + L_{1,2}L_{2,3}L_{3,4} + L_{1,3}L_{1,2}(L_{3,4} + L_{2,4}) + L_{1,3}L_{1,2}L_{2,3}(L_{1,3} + L_{1,2}) + L_{1,3}L_{1,2}L_{2,3}^2} \quad (4.3)$$

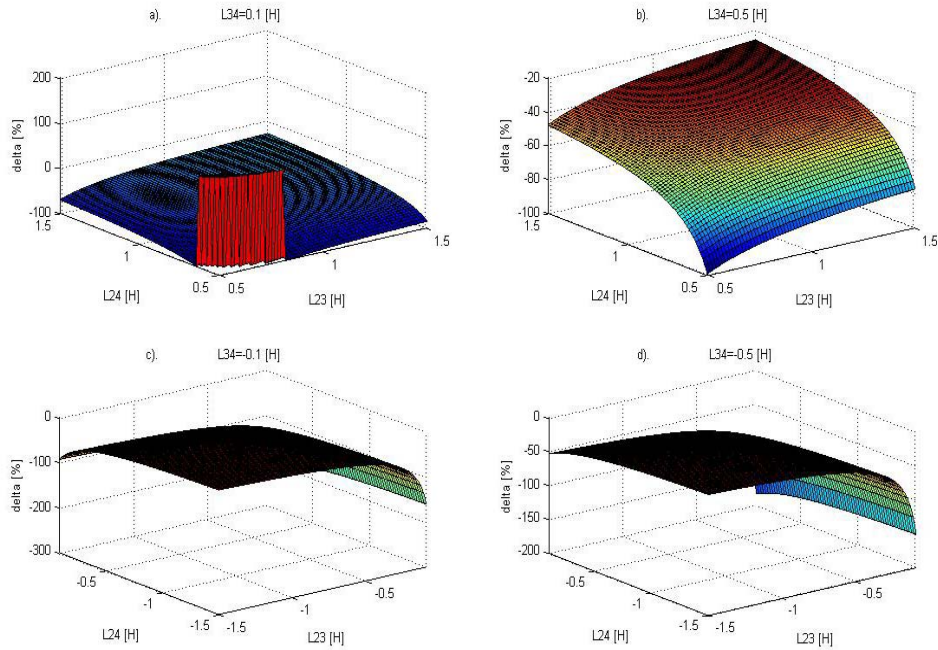
Błąd względny [4]

$$\delta[\%] = \frac{|L_{i,jZ} - L_{i,j}^Z|}{L_{i,jZ}} \cdot 100\% ,$$

gdzie : $i \neq j \quad i, j = 1, 2, 3, 4$. (4.5)

Rezultaty porównania wyników w postaci wspomnianego wyżej błędu procentowego względnego, jednej z indukcyjności znajdującej się w gałęzi podłużnej $L_{1,2}$ schematu zastępczego

transformatora z rys. 4.1, z jej odpowiednikiem związanym ze schematem zastępczym transformatora, który uwzględnia badany wpływ drugiego z założeń upraszczających $L_{1,2}^Z$ (rys. 3.1); dla przykładowych wartości indukcyjności: $L_{1,2} = 0.1013$ [H]; $L_{1,3} = 0.0215$ [H]; $L_{1,4} = -0.3037$ [H], zaczerpniętych z pozycji literatury [9], [11], w zależności od miary indukcyjności pominiętych w schemacie zostały zaprezentowane poniżej:



Rys. 4.2. Błąd względny procentowy dotyczący miary wielkości indukcyjności $L_{1,2}$ związany z uproszczeniem schematu z rys. 4.1 do schematu z rys. 3.1, w stanie zwarcia. Błąd wynikający z braku założenia równości potencjałów 2, 3, 4 przy zasilaniu napięciem gałęzi związanej z węzłem 1

Zwróćmy uwagę na zakres rysunków 4.2 c). d). Otóż wykresy tam przedstawione dla wartości indukcyjności ujemnych zostały wykonane celowo. Gdyż jak zazwyczaj wykazują pomiary, miary obliczonych wartości indukcyjności L_{ij}^Z w stanie zwarcia wszystkich zacisków transformatora z pominięciem portu do którego zostało podłączone napięcie zasilania często przyjmują wartości o ujemnych znakach [1]. W związku z powyższym zjawiskiem, również wśród przykładowych wielkości indukcyjności L_{12} , L_{13} , L_{14} dla których zostały wykonane obliczenia miary błędu względnego procentowego, znalazły się wartości tych wielkości o przeciwnych znakach.

Porównując schematy z rys. 3.1, rys. 4.1 nie trudno zauważyć brak trzech elementów indukcyjności ($L_{2,3}$, $L_{2,4}$, $L_{3,4}$), implikuje to przedstawienie obliczanego błędu jako trójparametrową funkcję zmienności $y=f(x_1, x_2, x_3)$. Przedstawienie wspomnianej funkcji wymagałoby wykonanie wykresów 4D i jednocześnie mogłoby utrudnić analizę porównawczą, jak również zaciemnić szereg wniosków z niej wypływających. Wobec tego rys. 4.2 przedstawiony został jako zbiór wykresów trójwymiarowych, obliczonych dla zakresu miary zmienności wartości dwóch indukcyjności ($L_{2,3}$, $L_{2,4}$ patrz rys. 4.1) i celowo dobranych wartości ostatniej ze zmiennych wcześniej wspomnianej funkcji ($L_{3,4}$). Dzięki powyżej zastosowanemu zabiegowi jesteśmy w stanie określić z wielkim uproszczeniem, miarę wpływu wartości pominiętych elementów na wyniki końcowe. W

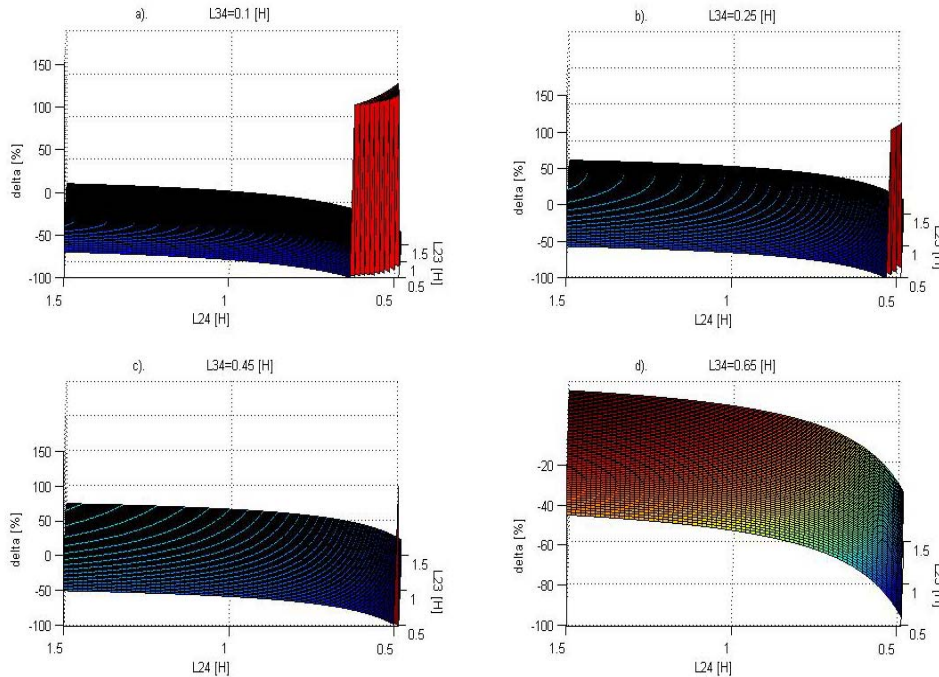
ostatecznej formie wspomnianej metody pomiarowej, będzie to mogło mieć znaczący wpływ na ocenę wartości błędu tej metody związanej z opisywanym uproszczeniem.

Zauważmy również, że łączne zakresy wykresów związanych z miarą wartości indukcyjności $L_{2,3}$, $L_{2,4}$ prezentowanych przez ilustrację 4.2, zostały ograniczone od góry co do ich modułu poprzez wartości tych elementów nie przekraczające fizycznych możliwości zaistnienia ich miary w schemacie zastępczym badanego obiektu. Przy czym jednocześnie zakres ten dobrany został w taki sposób, ażeby możliwe było uwidocznienie najistotniejszych wniosków wynikających z przeprowadzonej analizy. Zobaczymy również, że łączny zbiór argumentów wykresów miary błędu procentowego ograniczony pomiędzy wartościami indukcyjności $<-1,5;1,5>$ [H] nie jest zbiorem pełnym (Rys 4.2). Związane jest to z występowaniem podzbioru punktów osobliwych zawartych w zakresie rozpatrywanego błędu procentowego. Część tego podzbioru celowo została zilustrowana na rys. 4.2 a). W otoczeniu wspomnianych punktów, dla przykładowo podanych w artykule wartości indukcyjności $L_{1,i}$ ($i=2,3,4$) [9][11] w dodatnim zakresie parametrów funkcyjnych, miara błędu zazwyczaj zmienia znak na przeciwny; jednocześnie osiągając bardzo duże wartości. Natomiast miara błędu w położeniach punktów osobliwych dąży do nieskończoności. Przy czym należy dodać, że w całym zakresie zmienności parametrów funkcyjnych występują również takie położenia

punktów osobliwych, dla których miara opisywanego błędu dąży do minus nieskończoności.

Zauważyć należy także występowanie wartości miar błędu względnego procentowego ze znakiem ujemnym. Są one całkowicie uzasadnione. Okazuje się bowiem, że dla przykładowych wartości indukcyjności $L_{1,2}$, $L_{1,3}$, $L_{1,4}$ stanowiących podstawę wykonania opisywanych wykresów w rozpatrywanym zakresie wartości miar pozostałych parametrów; wartość indukcyjności opisanej wzorem 4.1 ma charakter ujemny. Na dodatek dyskretnie podane wartości trzeciej ze zmiennych funkcji badanej ($L_{3,4}$) decydują o mierze wklęsłości, jak

również promieniu krzywizny łuku stanowiącego podzbiór wartości związanej ze zmianą tylko jednego parametru funkcji, przy pozostałych stałych założonych miarach wartości indukcyjności. Jak wynika z rys. 4.2 a). i 4.2 b). opisywana funkcja staje się coraz to bardziej wklęsła dla rosnącej wartości indukcyjności $L_{3,4}$. W następstwie tego obserwuje się, że dla niewielkich wartości wspomnianego parametru funkcyjnego, zmiany miary błędu procentowego są znacznie mniejsze w porównaniu, do zmian błędu dla większej wartości tej indukcyjności. Powyższy wniosek prezentuje również ilustracja 4.3.



Rys. 4.3. Prezentacja wpływu miary wartości indukcyjności $L_{3,4}$ na wartości błędu procentowego względnego związanego z uproszczeniem schematu z rys. 4.1 do schematu z rys. 3.1

Spoglądając na kolejne przebiegi funkcyjne z rys. 4.3 prawie natychmiast dostrzec można związek pomiędzy wcześniej wspomnianym promieniem krzywizny, a wartością indukcyjności $L_{3,4}$. Otóż, im indukcyjność $L_{3,4}$ posiada większą wartość tym promień krzywizny łuku w określonych podobszarach funkcji jest większy. Okazuje się także, iż w przedziałach zmienności parametrów $L_{2,3}$ i $L_{2,4}$, których wartości dążą do nieskończoności, opisywany promień krzywizny dąży do nieskończoności. Oznacza to, że w tych zakresach nie będą występować wartości miary zmiany opisywanego błędu.

Obserwując uważnie wykresy z rys. 4.3 można zauważyć, że gradient funkcji błędu procentowego wrasta w otoczeniu punktów odpowiadających mniejszym wartościom indukcyjności, natomiast maleje w stronę wartości rosnących. Powyższe stwierdzenie implikuje wniosek: im mniejsze miary wartości indukcyjności znajdujących się w gałęziach

podłużnych wielowrotnikowego schematu zastępczego transformatora, tym błąd względny procentowy (związany z założeniem upraszczającym, dotyczącym pominięcia elementów indukcyjnych w tych, że gałęziach które nie sąsiadują bezpośrednio z węzłem do którego zostało przyłączone napięcie zasilania) jest większy. Kolejny wniosek związany z przedstawionym stwierdzeniem, dotyczy wielkości zmian miary opisywanego błędu w zależności od rozpatrywanego zakresu wartości indukcyjności podłużnych. Zauważmy, że niewielkie zmiany w zakresie odpowiadającym mniejszym wartościom indukcyjności, powodują znacznie większą zmianę miary błędu procentowego. Co za tym idzie w stadium projektowania transformatora możemy uwzględnić ten wniosek w taki sposób, aby dokonując późniejszych pomiarów miara rozpatrywanego błędu (pod względem opisywanego kryterium związanego z błędem uproszczenia) była najmniejsza z możliwych. Zauważmy również, że w

miarę wzrostu wartości opisywanych indukcyjności, miara błędu ulega zmniejszeniu. Można stwierdzić nawet więcej, mianowicie wykonując elementarne kalkulacje (jednoczesne obliczanie wielokrotnie parametrycznej granicy dążącej do nieskończoności, funkcji wielu zmiennych błędu względnego procentowego, związanego z pomijanymi

indukcyjnościami w schemacie zastępczym [3], [8]), można udowodnić, że w przypadku gdy pominięte wartości indukcyjności (Rys. 3.1) dążą w granicy do nieskończoności, wówczas zawsze granica miary błędu względnego procentowego badanego przez nas uproszczenia dąży do zera. Przykładową wspomnianą granicę prezentuje równanie (4.5).

$$\begin{aligned}
 L_{1,2Z} = \lim_{\substack{L_{2,3} \rightarrow \infty \\ L_{2,4} \rightarrow \infty \\ L_{3,4} \rightarrow \infty}} & \frac{\left\{ (L_{1,3} + L_{1,4} + L_{3,4})^2 [L_{1,2}(L_{2,3} + L_{2,4}) + L_{2,3}L_{2,4}] + (L_{1,3} + L_{1,4} + L_{3,4}) [L_{1,2}L_{3,4}(L_{1,3} + L_{1,4}) \right. \\
 & \left. + L_{1,3}L_{3,4}L_{2,4} + L_{1,4}L_{3,4}L_{2,3} + L_{1,3}L_{1,4}(L_{2,3} + L_{2,4})] + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}^2 + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}(L_{1,3} + L_{1,4}) \right\}}{\left\{ L_{1,2}[L_{2,3}L_{2,4}(L_{1,3} + L_{1,4} + L_{3,4})^2 + (L_{1,3} + L_{1,4} + L_{3,4}) [L_{1,3}L_{1,4}(L_{2,3} + L_{2,4}) \right. \\
 & \left. + L_{1,3}L_{3,4}L_{2,4} + L_{1,4}L_{3,4}L_{2,3}] + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}(L_{1,3} + L_{1,4}) + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}^2 \right\}} \\
 & \frac{\left\{ L_{1,2}[L_{2,3}L_{2,4}(L_{1,3} + L_{1,4} + L_{3,4})^2 + (L_{1,3} + L_{1,4} + L_{3,4}) [L_{1,3}L_{1,4}(L_{2,3} + L_{2,4}) \right. \\
 & \left. + L_{1,3}L_{3,4}L_{2,4} + L_{1,4}L_{3,4}L_{2,3}] + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}(L_{1,3} + L_{1,4}) + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}^2 \right\}}{\left\{ L_{1,2}[L_{2,3}L_{2,4}(L_{1,3} + L_{1,4} + L_{3,4})^2 + (L_{1,3} + L_{1,4} + L_{3,4}) [L_{1,2}L_{3,4}(L_{1,3} + L_{1,4}) \right. \\
 & \left. + L_{1,3}L_{3,4}L_{2,4} + L_{1,4}L_{3,4}L_{2,3}] + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}(L_{1,3} + L_{1,4}) + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}^2 \right\}} \\
 & \frac{+L_{1,3}L_{3,4}L_{2,4} + L_{1,4}L_{3,4}L_{2,3} + L_{1,3}L_{1,4}(L_{2,3} + L_{2,4})] + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}^2 + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}(L_{1,3} + L_{1,4})}{-L_{1,2}^Z \left\{ (L_{1,3} + L_{1,4} + L_{3,4})^2 [L_{1,2}(L_{2,3} + L_{2,4}) + L_{2,3}L_{2,4}] + (L_{1,3} + L_{1,4} + L_{3,4}) [L_{1,2}L_{3,4}(L_{1,3} + L_{1,4}) \right. \\
 & \left. + L_{1,3}L_{3,4}L_{2,4} + L_{1,4}L_{3,4}L_{2,3} + L_{1,3}L_{1,4}(L_{2,3} + L_{2,4})] + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}^2 + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}(L_{1,3} + L_{1,4}) \right\}} \\
 & \frac{+L_{1,3}L_{3,4}L_{2,4} + L_{1,4}L_{3,4}L_{2,3} + L_{1,3}L_{1,4}(L_{2,3} + L_{2,4})] + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}^2 + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}(L_{1,3} + L_{1,4})}{+L_{1,3}L_{3,4}L_{2,4} + L_{1,4}L_{3,4}L_{2,3} + L_{1,3}L_{1,4}(L_{2,3} + L_{2,4})] + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}^2 + L_{1,3}L_{1,4}L_{3,4}(L_{1,3} + L_{1,4})}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Interpretacja powyższego zabiegu matematycznego ma sens fizyczny w przypadku gdy pomijane indukcyjności nie istnieją w schemacie zastępczym [7]. Patrząc z tej strony na przedstawiony zabieg matematyczny, wiedząc jednocześnie, że aby zidentyfikować wszystkie indukcyjności należy dokonać pomiarów związanych z poszczególnym zasileniem każdego z węzłów, przy zwarciu pozostałych [2]. Miara błędu uproszczenia wyniesie 0% tylko i wyłącznie wtedy, gdy wszystkie z wartości miar opisywanych indukcyjności dążą do nieskończoności. Nie mniej jednak, w związku z powyżej przytoczoną fizyczną interpretacją, indukcyjności te wtedy nie miałyby prawa istnieć. Skutkiem tego byłby brak możliwości utworzenia zaprezentowanego w tym artykule schematu zastępczego transformatora. Powyższy wniosek implikuje uzasadnione stwierdzenie, że w przypadku gdy występuje jakakolwiek różnica potencjałów, pomiędzy węzłami odpowiadającymi zwartym podczas pomiarów portom transformatora wielowrotnikowego schematu zastępczego, opisywany błąd uproszczenia związany w wykonywaniem pomiarów na rzeczywistym obiekcie jest nieunikniony. Należy jednocześnie dodać, że błąd ten nie powinien wystąpić w przypadku wykonania pomiarów w stanie zwarcia transformatora, w zakresie uwzględniającym tylko i wyłącznie uzwojenia tego samego rodzaju. Jest to

związane z zazwyczaj występującą wtedy równością powyżej wspomnianych potencjałów międzywęzłowych dla uzwojeń zwartych.

LITERATURA

1. Bajorek Z.: *Teoria maszyn elektrycznych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1982
2. Dudzik M.: *Modeling a multi-winding transformer at arbitrary winding connections*, Praca magisterska, Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej Politechniki Krakowskiej, 2009.
3. Fichtenholz G.: *Rachunek różniczkowy i całkowity*, T. 1, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2007r.
4. [Jakubiec W.](#); [Malinowski J.](#): *Metrologia wielkości geometrycznych*, WNT, 2007
5. Jezierski E.: *Transformatory*, T. 1,2, PWN, Warszawa, 1965
6. Krakowski M.: *Elektrotechnika Teoretyczna*, T.1, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999
7. Kurdziel R.: *PODSTAWY ELEKTROTECHNIKI*, WNT 1965
8. Mostowski A.; Stark M.: *ELEMENTY ALGEBRY WYŻSZEJ*, PWN, 1963
9. Oszust P.: *Analiza pracy transformatorów energetycznych przy użyciu wielowrotnikowych schematów zastępczych*, Praca magisterska, Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej Politechniki Krakowskiej, 2007.
10. Sobczyk T.: *O pewnej obwodowej reprezentacji magnetycznie sprzężonych cewek*, Materiały Międzynarodowej Konferencji "Seminarium Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów", IC- SPETO 2003, T.2, str. 493-496.
11. Sobczyk T.J.: *MULTI-PORT EQUIVALENT SCHEME OF THREE-PHASE POWER*

TRANSFORMERS, Materiały Międzynarodowej Konferencji Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów IC- SPETO 2007.

12. Sobczyk T.J.: *Schematy zastępcze wielo-uzwojeniowych transformatorów jednofazowych*, Warsaw

University of Technology, Proc of Int. Conf. SME, 2004, pp. 452-456.

13. Wawrzyniak A.: Bogucki M.: *Systemy zasilania linii dużych prędkości*, Biuro Analiz Prawno-Ekonomicznych, Łódź 2010

External reviewer *Denisyuk S. P.*

Received 15.06.2016.

Internal reviewer *Getman G. K.*

Transformers are an important element in industrial applications. They are used, for example, in industries related to electricity transportation. The electric systems in countries such as Germany, Switzerland, France and Spain, where there is a traction power supply system AC power transformers are part of the transformation of electricity on the rolling stock. The most common application for these single-phase units are designed in such a way as to be able to work for the rolling stock traction vehicles for the various types of power supply systems (25kV / 50Hz, 15kV / 16,7Hz, 3000V / DC). This article describes methods for the identification of elements of equivalent circuits of transformers, as well as the analysis carried out measurement errors in determining the parameters of equivalent circuits of transformers.

Keywords: transformer; measurement error; equivalent circuit; electric transport.

УДК 621.331.3

М. ДУДЗИК (КП), І. ХРАБОНШЧ (КП), А. ЯГЕЛЛО (КП), Я. ПРУСАК (КП), В. ГУДИМ (КП)

Краківська політехніка, факультет електротехніки та обчислювальної техніки, e-mail: pejagiell@cyf-kr.edu.pl, jprusak@usk.pk.edu.pl, gudymvi@ukr.net

АНАЛІЗ ПОМИЛОК ВИМІРЮВАННЯ У ВИЗНАЧЕННІ ПАРАМЕТРІВ СХЕМИ ЗАМІЩЕННЯ ТЯГОВОГО ТРАНСФОРМАТОРА

Трансформатори є важливим елементом в промислових додатках. Вони використовуються, наприклад, в галузях, пов'язаних з транспортом електроенергії. У системах електротранспорту в таких країнах, як Німеччина, Швейцарія, Франція та Іспанія, де існує система електропостачання тяги змінного струму, силові трансформатори є елементом перетворення електроенергії на рухомому складі. Найбільш поширеними для цих додатків є однофазні блоки, розроблені таким чином, щоб мати можливість роботи рухомого складу для тягових транспортних засобів для різних типів систем живлення (25кВ / 50Hz, 15кВ / 16,7Hz, 3000V / DC). У даній статті наводяться методи ідентифікації елементів схем заміщення трансформаторів, а також проведено аналіз помилок вимірювання при визначенні параметрів схем заміщення трансформаторів.

Ключові слова: трансформатор; помилка вимірювання; схема заміщення; електротранспорт.

Внутрішній рецензент *Гетьман Г. К.*

Зовнішній рецензент *Денисюк С. П.*

УДК 621.331.3

М. ДУДЗИК (КП), І. ХРАБОНШЧ (КП), А. ЯГЕЛЛО (КП), Я. ПРУСАК (КП), В. ГУДИМ (КП)

Краковская политехника, факультет электротехники и вычислительной техники, e-mail: pejagiell@cyf-kr.edu.pl, jprusak@usk.pk.edu.pl, gudymvi@ukr.net

АНАЛИЗ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ В ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ ТЯГОВОГО ТРАНСФОРМАТОРА

Трансформаторы являются важным элементом в промышленных приложениях. Они используются, например, в отраслях, связанных с транспортом электроэнергии. В системах электротранспорта в таких странах, как Германия, Швейцария, Франция и Испания, где существует система электроснабжения тяги переменного тока, силовые трансформаторы являются элементом преобразования электроэнергии на подвижном составе. Наиболее распространенными для этих приложений являются однофазные блоки, разработанные таким образом, чтобы иметь возможность работы подвижного состава для тяговых транспортных средств для различных типов систем питания (25кВ / 50Hz, 15кВ / 16,7Hz, 3000V / DC). В данной статье приводятся методы идентификации элементов схем замещения трансформаторов, а также проведен анализ ошибок измерения при определении параметров схем замещения трансформаторов.

Ключевые слова: трансформатор; ошибка измерения; схема замещения; электротранспорт.

Внутренний рецензент *Гетьман Г. К.*

Внешний рецензент *Денисюк С. П.*

М. Dudzik, I. Chrabaszcz i inny, 2016